Alter des Universums

Die Frage: Wie alt ist das Universum? beschäftigt nicht nur Kosmologen, sie wird auch immer wieder von am Naturgeschehen interessierten Personen gestellt. Im Rahmen des kosmologischen Modells beschreiben die aus den Einsteinschen Feldgleichungen für ein homogenes und isotropes Universum abgeleiteten Friedmann-Lemaitre-Gleichungen die Entwicklung des Kosmos. Für das Alter des Universums erhält man daraus folgende Gleichung:

$$t(R) = \frac{1}{H_0}\int_0^R \frac{dR}{\{\Omega_m R^{-1} + (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda) + \Omega_\Lambda R^2\}^{1/2}} \tag{1}$$

Darin bedeuten t(R) das Alter des Universums, H_0 den aktuellen Hubble-Parameter und Ω_m und Ω_Λ die dimensionslosen Dichteparameter der Materie und des Vakuums. R(t) ist der Skalenfaktor, der uns in anderen Tutorialbeiträgen in der Gleichung

$$\frac{R(t_0)}{R(t)} = z + 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1 \tag{2}$$

bereits begegnet ist und der das Größenverhältnis des heutigen Universums zum Universums zur Zeit t angibt. Setzt man den Skalenfaktor $R(t_0)$, der der heutigen Größe des Universums entspricht, gleich 1, so vereinfacht sich Gleichung (2) zur bekannten Gleichung

$$R(t) = \frac{1}{z+1}. \tag{3}$$

Je nach Wahl der Parameter Ω_m und Ω_Λ in Gleichung (1) hat man es mit unterschiedlichen Typen von Universen zu tun. Den einfachsten, jedoch hypothetischen Fall, stellt ein vollkommen leeres Universum dar, das weder Masse noch Vakuumenergie enthält. In diesem Kosmos sind die Parameter Ω_m und Ω_Λ gleich Null, und Gleichung (1) vereinfacht sich zu

$$t(R) = \frac{1}{H_0}\int_0^R dR \tag{4}$$

Die Integration liefert

$$t(R) = \frac{1}{H_0} R \tag{5}$$

Setzt man in (5) $t(R) = t_0$, so wird der Skalenfaktor R gleich 1 und man erhält

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \tag{6}$$

Mit anderen Worten: Das Alter eines leeren Universums mit Ω_m und Ω_Λ gleich Null ist gleich dem Kehrwert des Hubble-Parameters. Man bezeichnet diese Zeit auch als Hubble-Zeit. Mit dem aktuellen Hubble-Parameter H_0 = 67,8 km / s / Mpc wird t_0 gleich 14,48 Milliarden Jahre. Wie Gleichung (5) zeigt, expandiert dieses Universum in alle Ewigkeit proportional zur Zeit t.

Im Jahr 1932 propagierten Einstein und DeSitter einen Materiekosmos mit Ω_m = 1 und Ω_Λ = 0. In diesem Universum ist die Gesamtdichte gleich der kritischen Dichte und daher die Krümmung k gleich Null. Man war damals der Ansicht, dieser sogenannte Einstein-DeSitter-Kosmos entspricht dem Universum, in dem wir leben. Kosmologisch von Interesse ist der Einstein-DeSitter-Kosmos auch, weil er die Grenze zwischen einem offenen (Krümmung k < 1) und einem geschlossenen Universum (Krümmung k > 1) markiert, d.h. zwischen einem ewig expandierenden und einem nach einer Zeit der Expansion wieder in sich zusammenfallenden Kosmos. Für den Einstein-DeSitter-Kosmos lautet Gleichung (1)

$$t(R) = \frac{1}{H_0}\int_0^R R^{\frac{1}{2}}\,dR \tag{7}$$

Die Integration von (7) liefert

$$t(R) = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0}R^{\frac{3}{2}} \tag{8}$$

Setzt man wieder $t(R) = t_0$ und damit den Skalenfaktor R = 1, so erhält man

$$t_0 = \frac{2}{3}\,\frac{1}{H_0} \tag{9}$$

Fazit: Das Alter des materiedominierten Einstein-DeSitter-Kosmos ist gleich 2/3 der Hubble-Zeit. Man bezeichnet diese Zeit, d.h. die Zeit vom Anbeginn des Kosmos bis zum heutigen Zeitpunkt, auch als Friedmann-Zeit. Das gilt übrigens nicht nur für den Einstein-DeSitter-Kosmos, sondern für alle mit einem Urknall startenden Universen. Mit H_0 = 67,8 km / s / Mpc erhält man für die Friedmann-Zeit des Einstein-DeSitter-Kosmos den Wert 9,65 Milliarden Jahre.

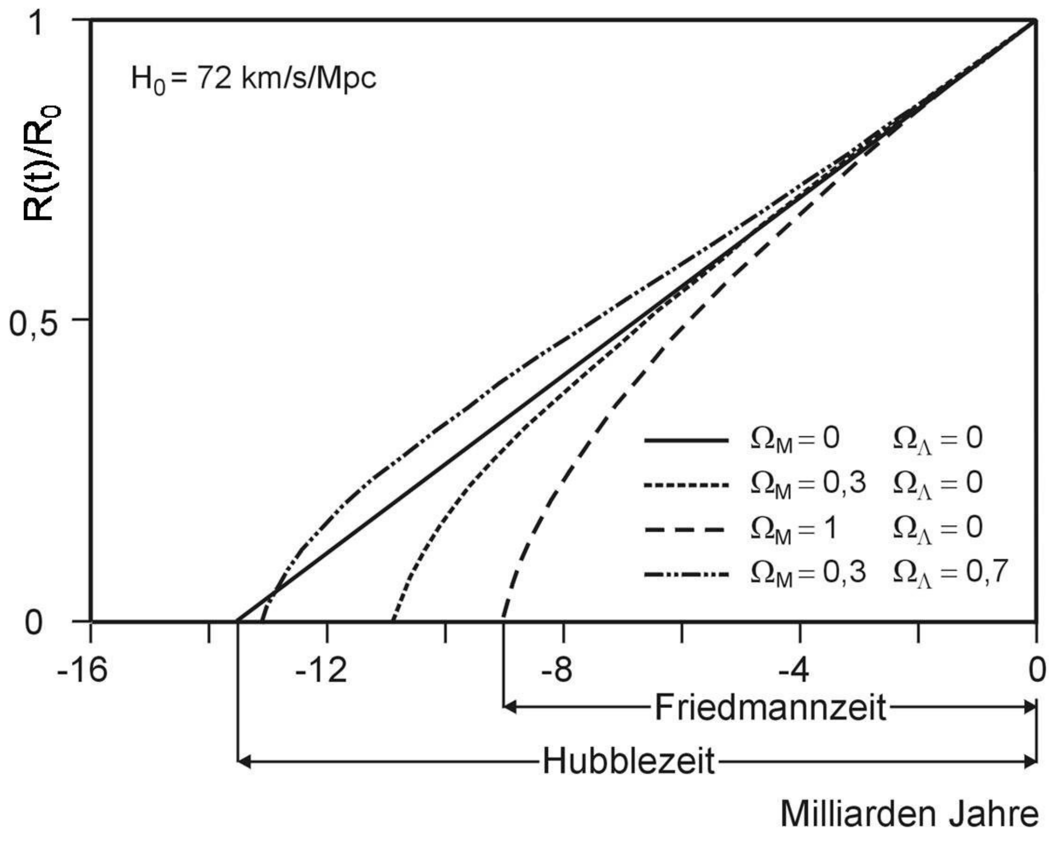
Aufgrund der mittlerweile gewonnenen Erkenntnisse geht man heute von einem Universum mit Ω_m = 0,317 und Ω_Λ = 0,683 aus. Mit diesen Werten ist Gleichung (1) nur numerisch lösbar. Als Ergebnis erhält man ein Alter t_0 von rund 13,8 Milliarden

Jahren. Anstelle der Gleichung (1) liefert auch die im Bereich $0{,}1 \leq \Omega_m \leq 1$ und $\Omega_\Lambda \leq 1$ gültige Näherungsformel (10) einen bis auf wenige Prozent genauen Wert für t_0.

$$t_0 = \frac{2}{3}\,\frac{1}{H_0}\,(0{,}7\,\Omega_m + \;0{,}3 - 0{,}3\,\Omega_\Lambda)^{-0{,}3} \qquad (10)$$

Betrachtet man die zeitliche Entwicklung dieses Universums, so fällt auf, dass es bis etwa 8 Milliarden Jahre nach seiner Entstehung zunächst gebremst expandiert, und sich anschließend beschleunigt ausdehnt. Messungen der Helligkeit hoch rotverschobener Supernovae Ia haben dieses Ergebnis bestätigt.

Die nachfolgende Grafik zeigt die zeitliche Entwicklung der besprochenen Universen plus einem Universum mit Ω_m = 0,3 und Ω_Λ = 0. Auf der X-Achse ist die Zeit in Milliarden Jahren in die Vergangenheit (negatives Vorzeichen) aufgetragen, auf der Y-Achse die relative Größe des Universums. Der Zeitpunkt t = 0 entspricht der Gegenwart und $R(t)/R_0$ = 1 der heutigen Größe des Kosmos. Aus der Grafik lässt sich das Alter des Universums in Abhängigkeit vom Skalenfaktor direkt ablesen. Für den Einstein-DeSitter-Kosmos ist die Friedmann-Zeit markiert.



Zeitliche Entwicklung einiger Universen

(Quelle: Jörn Müller)

Dem aufmerksamen Leser dürfte nicht entgangen sein, dass, wie in der Grafik oben links vermerkt, die Berechnungen mit einem Hubble-Parameter H_0 = 72 km/s/Mpc ausgeführt wurden. Mit dem aktuellen Hubble-Parameter H_0 = 67,8 km/s/Mpc verschieben sich die Fußpunkte der Expansionskurven geringfügig nach links, wobei jedoch Verlauf und Form der Kurven unverändert bleiben.

Wie stimmt nun die Friedmannzeit t_0 unseres Universums (Ω_m = 0,317 und Ω_Λ = 0,683) mit den Beobachtungen überein? Einen ersten Anhaltspunkt liefern die rund 150 bekannten Kugelsternhaufen im Bereich unserer Galaxis. Deren typisches Alter von 12,7 Milliarden Jahren passt zu dem theoretischen Wert. Näher an das berechnete Alter kommen die ältesten bisher entdeckten Galaxien heran. Die Galaxie UDFy-38135539 mit einer Rotverschiebung z = 8,6 ist knapp 13,3 Milliarden Jahre alt. Nochmals acht Millionen Jahre älter ist die Galaxie EGS8p7 mit z = 8,68. Betrachten wir schließlich die kurz nach dem Urknall entstandene kosmische Hintergrundstrahlung. Mit einer Rotverschiebung von $z \cong 1100$ ist sie nur 380.000 Jahre jünger als die berechnete Friedmann-Zeit t_0. Rechnung und Beobachtung stimmen also hinreichend gut überein.

Abschließend noch eine Anmerkung: Für die im Tutorial „Entfernungen" behandelte Eigendistanz D_C errechnet sich mit $z = \infty$ ein Wert von rund 47 Milliarden Lichtjahren. Es sei daran erinnert, dass die Eigendistanz D_C die *heutige Entfernung* eines Objekts im *heutigen* Zustand angibt. D_C ist *nicht* – wie des Öfteren behauptet – das Alter des Universums. Im Universum kann es keine Objekte geben, die älter sind als die Friedmann-Zeit! Richtig ist dagegen die Aussage: D_C = 47 Milliarden Lichtjahre ist gleich dem Radius des *beobachtbaren* Universums. Das Adjektiv „beobachtbar" ist jedoch mit Vorsicht zu genießen. Man muss sich bewusst sein, dass man die Objekte nicht in ihrem *gegenwärtigen* Zustand sieht, sondern so, wie sie zum Zeitpunkt der Lichtemission waren, d.h., als das Universum um den Faktor (z+1) jünger war als die Friedmann-Zeit.