Die Gravitation

Im Tutorial „Standardmodell der Teilchenphysik“ wurden neben den Elementarteilchen auch die zwischen den Teilchen wirkenden fundamentalen Kräfte in einem allgemeinen Überblick vorgestellt. In diesem Tutorial soll nun die Gravitation, auch Gravitationswechselwirkung genannt, näher untersucht werden.

Die Gravitation und ihre Auswirkungen auf die massebehaftete Materie erscheinen uns als naturgegebene Eigenschaft der erfahrbaren Welt. Mit diesem in der Umgangssprache als „Schwerkraft“ bezeichneten Phänomen sind wir so vertraut, dass wir ihr Wesen im Alltag nicht mehr hinterfragen, sondern als unvermeidlich hinnehmen. Doch was ist Gravitation? Darf man Gravitation uneingeschränkt mit dem Begriff „Kraft“ verbinden?

Im Jahr 1687 formulierte der Physiker Isaac Newton das fundamentale Gravitationsgesetz der klassischen Mechanik. Die Kraft F, die zwei Massen m_1 und m_2 wechselseitig aufeinander ausüben, ist proportional zum Produkt der beiden Massen und umgekehrt proportional zum Abstand r der Massen zum Quadrat. Es gilt:

$$F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{r^2} \qquad (1)$$

Die Größe G in Gleichung (1) heißt Gavitationskonstante und hat den Wert 6,6726 x 10^{-11} [m^3 kg^{-1} s^{-2}]. Anders als beim Coulomb-Gesetz der Elektrodynamik ist F immer anziehend, und anders als die durch elektrische Ladungen auf andere Ladungen wirkende Kraft ist die Gravitation nicht abschirmbar. Überdies verlangt das Newtonsche Kraftgesetz, dass die Kraftwirkung über beliebig große Entfernungen ohne Verzögerung einsetzt. Ansonsten würden z.B. Planetensysteme bei der geringsten Veränderung der Massenverteilung auseinanderfliegen. Welcher Wirkmechanismus hinter all dem stecken soll, konnte Newton nicht erklären.

Übrigens ist die Form des Gravitationsgesetzes auch Ausdruck dessen, dass unser Universum genau drei Raumdimensionen aufweist. Denn die Kraft F um punktförmige Ladungen fällt proportional zu einer Kugeloberfläche in einem n-dimensionalen Raum ab. In einem System mit n = drei Raumdimensionen hat eine Kugel die Oberfläche 4 π r^2, sodass F wie im Gravitationsgesetz proportional $1/r^2$ abfällt. Man kann zeigen, dass in Systemen mit mehr als drei Raumdimensionen (n

> 3) keine stabilen Planetenbahnen möglich sind, es sei denn die Planeten würden auf exakten n-dimensionalen Kreisbahnen umlaufen. In diesem Fall würde jedoch bei der geringsten Störung der Bahnen das System auseinanderbrechen. Das heißt: In einem System mit mehr als drei Raumdimensionen wäre Leben, so wie wir es kennen, nicht möglich. Mehr dazu im Artikel „Die Dimensionen des Lebens“ von Lesch und Gassner (http://www.pro-physik.de/details/articlePdf/1105209/issue.html).

Im September 1905 veröffentlichte Einstein seine spezielle Relativitätstheorie (SRT). Anders als in der Newtonschen Theorie, in der Raum und Zeit als absolute, voneinander unabhängige Größen betrachtet werden, sind in der SRT Raum und Zeit zu einem 4-dimensionalen Kontinuum verknüpft. Raum und Zeit sind nun vom Beobachter und dem jeweiligen Inertialsystem abhängig. Zu den Eckpunkten der SRT zählen vor allem die Äquivalenz von Masse und Energie, sowie die Lichtgeschwindigkeit als die maximal mögliche Geschwindigkeit.

Im November 1915 verallgemeinerte Einstein die SRT zur Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), in der an die Stelle der gleichförmigen Bewegung der Bezugssysteme gleichförmig *beschleunigte* Bewegungen treten. Damit lassen sich folgende Überlegungen anstellen: Ein Beobachter, der in einem fensterlosen Labor auf der Erde eine Kraft nach unten verspürt, kann nicht unterscheiden, ob das Labor im leeren Raum mit 9,81 m/s^2 senkrecht nach oben beschleunigt wird (Bild 1a links) oder ob es im Gravitationsfeld der Erde ruht (Bild 1b links). Gleiches gilt für einen schwerelos im Labor schwebenden Beobachter. Wieder kann er nicht unterscheiden, ob er sich in einem im leeren Raum frei schwebenden Labor aufhält (Bild 1a rechts), oder ob sein Labor in einem Gravitationsfeld frei fällt (Bild 1b rechts).

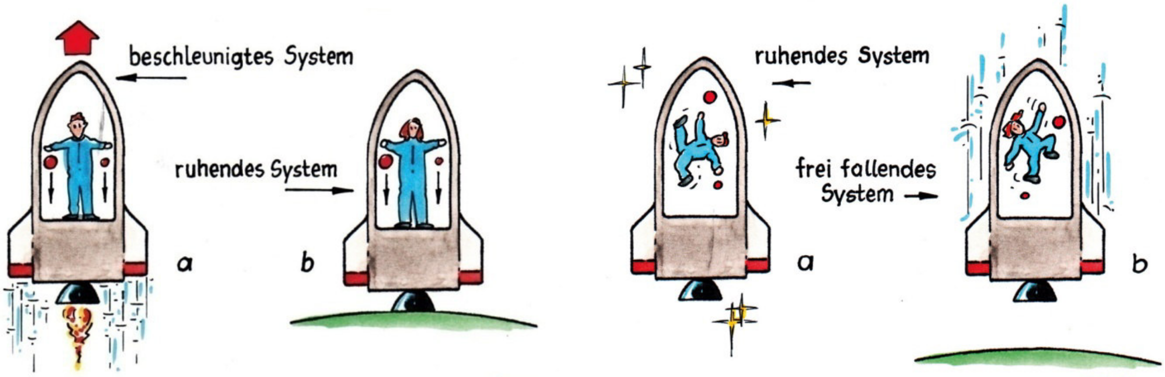

Bild 1 (Quelle : https://www.oebv.at/node/3060/online-selection/55420/57022)

Das führt zu der Erkenntnis: Ein Gravitationsfeld bzw. die Gravitation wirkt wie eine Beschleunigung. Gravitation und Beschleunigung sind demnach einander äquivalent. Anhand dieses fundamentalen Äquivalenzprinzips gelangte Einstein zu der Ansicht, dass die Gravitation durch eine Krümmung der Raumzeit verursacht wird. Damit reduziert sich Gravitation auf eine geometrische Eigenschaft, auf die Metrik der Raumzeit. Für die Krümmung der Raumzeit machte Einstein die Anwesenheit von Energie, insbesondere in Form von Masse ($E = mc^2$) verantwortlich: Masse krümmt lokal die Raumzeit, und durch die Krümmung ist festgelegt, wie sich Massen zu bewegen haben. Der Satz: „Die Masse sagt dem Raum, wie er sich zu krümmen hat, und die Krümmung sagt der Masse, wie sie sich zu bewegen hat“, bringt es auf den Punkt. Im freien Fall, d.h. ohne Einwirkung äußerer Kräfte, erfolgt diese Bewegung längs einer Geodäte. Auf ebenen Flächen sind Geodäten gerade Linien, auf gekrümmten Flächen stellen sie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten dar (z.B. Großkreise auf einer Kugelfläche). Bewegungen längs Geodäten scheinen einem Beobachter durch „Gravitationskräfte“ verursacht zu sein. Führen äußere Kräfte, wie z.B. Beschleunigungen, zu einer von einer Geodäte abweichenden Bahn, so erfahren die beschleunigten Körper eine Scheinkraft, die man auch als „Trägheitskraft“ bezeichnet.

Den mathematischen Zusammenhang zwischen Materie und Krümmung der Raumzeit liefert Einsteins klassische Feldgleichung. Anhand einer vorgegebenen Massen- und Energieverteilung ist es damit möglich, die Metrik der Raumzeit zu berechnen. Mit der kosmologischen Konstanten Λ lautet die Feldgleichung

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu} \qquad (2)$$

Die Größen $G_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$ und $T_{\mu\nu}$ sind Tensoren. Ein Tensor ist eine Größe, mit deren Hilfe man Skalare, Vektoren und andere Größen ähnlicher Art in ein einheitliches Schema zur Beschreibung mathematischer und physikalischer Zusammenhänge einordnen kann. In der Physik verwendet man Tensoren, um z.B. die Transformation eines Körpers durch Drehung bzw. Verzerrung durch äußere Kräfte zu beschreiben. Meist werden Tensoren in Form einer Matrix dargestellt, in der die Elemente des Tensors in Zeilen und Spalten angeordnet sind.

In Gleichung (2) steht $G_{\mu\nu}$ für den sogenannte Einsteintensor. Wie die Gleichung zeigt, gliedert sich $G_{\mu\nu}$ in den Krümmungstensor $R_{\mu\nu}$ und in ein Produkt aus dem

Krümmungsskalar R und dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$. Der Krümmungstensor $R_{\mu\nu}$ ist ein Maß für die sich von Raumpunkt zu Raumpunkt verändernde Krümmung des Raumes. Der metrische Tensor $g_{\mu\nu}$ beschreibt die Geometrie des von den drei Raumdimensionen und der Zeitdimension aufgespannten Raumes (die Metrik). In der Metrik $g_{\mu\nu}$ steckt die Gravitation. Die Größe Λ steht für die kosmologische Konstante. Da es sich bei $G_{\mu\nu}$ um einen Tensor handelt, steht auch auf der rechten Seite der Gleichung ein Tensor, der sogenannte Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$. Wie der Name schon andeutet, enthält $T_{\mu\nu}$ gemäß $E = mc^2$ die Energiedichte der lokalen Materie sowie Strahlungsenergie und den einer Energiedichte äquivalenten Druck. Die Größen G und c vor dem Energie-Impuls-Tensor stehen für die Gravitationskonstante bzw. die Lichtgeschwindigkeit. Die Indizes μ und ν laufen von 1 bis 4.

Zusammengefasst besagt die Einsteinsche Feldgleichung, dass die im Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ steckende Masse und Energie die im Einstein-Tensor $G_{\mu\nu}$ beschriebene Krümmung der Raumzeit verursacht.

Um Aussagen über die Raumzeit zu bekommen, muss man Gleichung (2) lösen. Da die Gleichung ausformuliert aus zehn nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen besteht, ist eine allgemeine Lösung praktisch nicht möglich. Unter gewissen Einschränkungen hat man jedoch spezielle Lösungen gefunden. Dazu gehören lokale Lösungen für einzelne Massenobjekte wie Sterne, Planeten oder insbesondere Schwarze Löcher, die man als Schwarzschild-Lösung bezeichnet. Schwarzschild-Lösungen beschreiben die Metrik des Raumes um diese Objekte. Unter anderem liefert die Schwarzschild-Lösung im Zentrum Schwarzer Löcher als Ergebnis eine unendliche Krümmung der Raumzeit, d.h. eine Singularität. Handelt es sich um rotierende Objekte, so tritt an die Stelle der Schwarzschild-Lösung die Kerr-Lösung. Sie eignet sich insbesondere zur Beschreibung der Raumzeit um rotierende Schwarzer Löcher.

Um Auskunft über die Struktur des gesamten Kosmos zu erhalten bedarf es einer globalen Lösung. Voraussetzung für eine exakte Lösung ist die idealisierte Annahme, dass der Kosmos isotrop und homogen ist. Isotrop bedeutet: Auf großen Skalen sieht der Kosmos in alle Richtungen gleich aus. Homogen heißt: Im Kosmos ist die Materie annähernd gleich verteilt. Man bezeichnet das als „Kosmologisches Prinzip“ (KP). Ihre Rechtfertigung erfährt diese Annahme durch Beobachtungen insbesondere der

Gleichverteilung des Kosmischen Mikrowellen-Hintergrundes. Die so gefundene Lösung bezeichnet man als Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker-Universum (FLRW) mit der Friedmann-Lemaitre-Gleichung

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\,\pi\,G}{3}\,\rho - \frac{k\,c^2}{R^2} + \frac{\Lambda\,c^2}{3}\,. \qquad (3)$$

Darin bedeuten H den Hubble-Parameter, R den Skalenfaktor, G die Gravitationskonstante, ϱ die Materie- bzw. Energiedichte, k den Krümmungsparameter und Λ die kosmologische Konstante. Die Robertson-Walker-Metrik ist der bereits erwähnten Schwarzschild-Metrik nahe verwandt, insofern als sie wie diese einen kugelsymmetrischen Raum konstanter Krümmung darstellt. Überspitzt kann der Raum um jeden beliebigen Punkt im Kosmos als kugelsymmetrisch betrachtet werden.
Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung beschreibt ein Universum mit konstanter Krümmung und macht Aussagen über die Expansion, die zeitliche Entwicklung und das Alter des Kosmos. Heute ist das FLRM-Modell durch eine Vielzahl an Beobachtungen bestens bestätigt. Nichtsdestotrotz versagt dieses Modell in der zeitlichen Nähe des Urknalls und im Bereich der Planck-Größen.

Zurück zur ART. Einsteins Erkenntnisse haben zu einer neuen Betrachtungsweise und zu einem tieferen Verständnis der Gravitation geführt. An die Stelle einer zwischen den Massen wirkenden ominösen „Fernwirkungskraft“ tritt die Krümmung des Raumes, welche die Bewegung bestimmt. Mittlerweile ist die ART einer Vielzahl von Tests unterworfen worden, die sie alle bestanden hat. Zu den bekanntesten gehören die Lichtablenkung im Schwerefeld der Sonne, die Zeitdilatation (Laufzeitverzögerung) von Licht, das nahe an der Sonne vorbeiläuft (Shapiro-Experiment Erde - Venus 1965), der Gravitationslinsen-Effekt und die Gravitations-Rotverschiebung von Licht. Auch die Periheldrehung des Planeten Merkur und die erst kürzlich detektierten Gravitationswellen bestätigen die ART.

Aus dem Blickwinkel der Quantenfeldtheorie hat die ART jedoch einen „Geburtsfehler“: Sie ist eine nicht quantisierte Theorie und folglich mit dem Standardmodell der Teilchenphysik nicht vereinbar. Im Bereich der Planck-Größen führt die ART zu physikalisch unsinnigen Singularitäten (unendliche Massendichte, Temperatur und Raumkrümmung). In einer Quantenfeldtheorie der Gravitation müsste das Gravitationsfeld quantisiert sein, und Feldquanten würden die Kraft zwischen den Massen vermitteln. Wie diese Feldquanten, auch Eichbosonen oder Austauschteilchen genannt, auszusehen hätten, weiß man. Aufgrund der unendlichen Reichweite der Gravitation dürften sie keine Ruhemasse besitzen, und da die Gravitation immer nur anziehend wirkt, müssten die „Teilchen“ den quantenmechanischen Spin 2 haben. In Anlehnung an die Photonen der elektromagnetischen Wechselwirkung bezeichnet man diese Feldquanten als Gravitonen. Aus Sicht der Quantenfeldtheorie fungieren also Gravitonen als Feldquanten der Gravitationsfelder und damit als Vermittler der Gravitation. Bislang gibt es jedoch keinen experimentellen Hinweis auf ein derartiges Teilchen.

Alle Versuche, die nicht quantisierte ART dahingehend zu erweitern, dass sie mit der Quantenfeldtheorie harmoniert, sind bisher erfolglos geblieben. Zwar gibt es einige Ansätze, deren Durchbruch aber noch an der Bewältigung des enormen mathematischen Formelapparats scheitert. Als vielversprechende „Lösungen“ haben sich die Stringtheorie und die Schleifenquantengravitation erwiesen. Insbesondere die Stringtheorie lässt hoffen, denn im Zuge der Berechnungen ist man auf einen String gestoßen, dessen Schwingungszustand exakt dem eines masselosen Bosons mit dem Spin 2 entspricht. Vielleicht ist ja die Stringtheorie der Schlüssel zur Quantisierung der Gravitation? Damit könnte sich auch die enorme Schwäche der Kopplungskonstanten der Gravitation erklären. Im Verhältnis zur Starken Kraft ist sie um den Faktor 10^{39} kleiner. Möglicherweise greift die Gravitation über die vier Dimensionen der Raumzeit in die von der Stringtheorie aufgespannten zusätzlichen sieben Dimensionen hinaus und wird dadurch geschwächt.

Die Schleifenquantengravitation verfolgt einen anderen Ansatz, indem sie die Raumzeit selbst quantelt. Wie der Name der Theorie bereits andeutet, dienen dabei Schleifen der Raumzeit als „Raumquanten“. Da diese Quanten eine räumliche Ausdehnung besitzen sollen, umgeht die Theorie elegant das Auftreten von Singularitäten: Der Raum kann nie auf einen Punkt zusammenschnurren.

Soviel zu den alternativen Theorien. Eine ausführliche Diskussion der Stringtheorie und der Schleifenquantengravitation würde den Rahmen dieses Tutorials sprengen.