## Hubble-Gesetz

Das Hubble-Gesetz ist eines der wichtigsten Gesetze der Kosmologie. Gefunden wurde es 1929 von dem amerikanischen Astronom Edwin Hubble. Hubble maß zunächst die Rotverschiebung z naher Galaxien (siehe Tutorial „Rotverschiebung“) und bestimmte daraus mit Hilfe der Gleichung

$$v = z \times c \qquad (1)$$

deren Fluchtgeschwindigkeit v (c = Lichtgeschwindigkeit). Aus der gemessenen scheinbaren m und der bekannten absoluten Helligkeit M spezieller Sterne, den sogenannten Cepheiden, die er in den Galaxien fand, konnte er mit Hilfe der Gleichung

$$m - M = 5 \times \log \frac{d[pc]}{10pc}$$

auch die Entfernung d der Galaxien berechnen. Als Hubble dann in einem Diagramm die Fluchtgeschwindigkeit gegen die Entfernung auftrug und die einzelnen Punkte kühn durch eine Gerade verband, erhielt er dieses Diagramm:

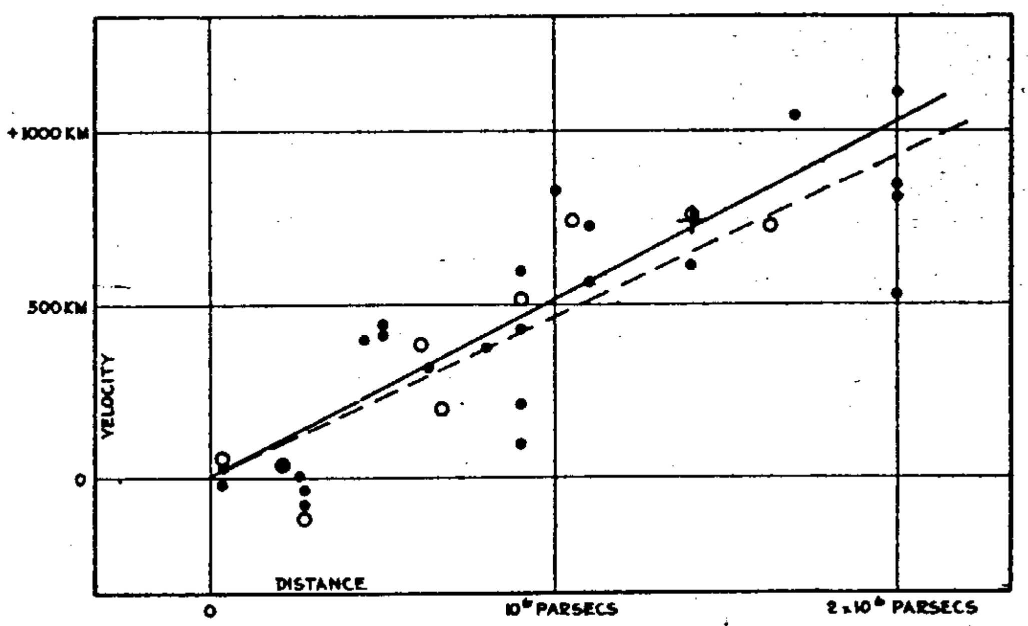


FIGURE 1

(Quelle: http://apod.nasa.gov/diamond_jubilee/d_1996/hubble_fig1_full.gif)

Daraus lässt sich ablesen, dass die Fluchtgeschwindigkeit v der Objekte proportional zu ihrer Entfernung wächst. Als Proportionalitätskonstante dient der nach Hubble benannte Parameter H. Somit lautet das **Hubble-Gesetz**:

$$\mathrm{v} = \mathrm{H} \times \mathrm{d} \tag{2}$$

Der Wert von H ergibt sich aus der Steigung der Geraden und wurde aufgrund von Messungenauigkeiten von Hubble mit H = 500 (km/s)/Mpc zunächst viel zu groß angegeben (1 Mpc = 1 Megaparsec = 3,26 Millionen Lichtjahre). Der mit Hilfe der Planck-Sonde für das heute akzeptierte Lambda-Cold-Dark-Matter-Weltmodell ($\Lambda$CDM-Modell) ermittelte, *aktuelle* Wert für H, den man auch mit $H_0$ bezeichnet, lautet:

$$\mathrm{H}_0 = 67{,}15\,(\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc}$$

beziehungsweise

$$\mathrm{H}_0 = 2{,}18 \times 10^{-18} \times \frac{1}{\mathrm{Sekunde}}$$

$H_0$ ist also ein Maß für die Geschwindigkeit mit der das Universum zum *heutigen* Zeitpunkt expandiert. Das zeigt sich auch in der Beziehung

$$\mathrm{H(t)} = \dot{\mathrm{R}}(\mathrm{t})/\mathrm{R(t)}$$

Worin $\dot{\mathrm{R}}(\mathrm{t})$ die zeitliche Änderung des Skalenfaktors R(t) zum Zeitpunkt t bedeutet. (Zum Skalenfaktor siehe Tutorial Rotverschiebung)

Setzt man in Gleichung (2) $H = H_0$, muss auch für die Objektentfernung d die *heutige* Entfernung $d_0$ zu dem betrachteten Objekt eingesetzt werden um die *heutige* Fluchtgeschwindigkeit $v_0$ des Objekts zu erhalten. Damit lautet die Hubble-Beziehung zum Zeitpunkt *heute*:

$$v_0 = H_0 \times d_0 \tag{3}$$

Man beachte: Gleichung (3) ist für beliebige Entfernungen $d_0$ gültig. Mit anderen Worten: ein Objekt in doppelter, 10-facher oder 10.000-facher Entfernung, weist eine doppelte, bzw. 10, bzw. 10.000 Mal so große Fluchtgeschwindigkeit auf.

Betrachten wir nun ein Objekt mit der Rotverschiebung z. Da gilt (siehe Tutorial Rotverschiebung)

$$z + 1 = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} \tag{4}$$

ist ein Universum mit der Rotverschiebung z um den Faktor 1 / (1+z) kleiner als das heutige Universum. Bezogen auf die Entfernung eines Objekts mit der Rotverschiebung z, kann man anstelle der Skalenfaktoren $R(t_0)$ und $R(t_e)$ auch die heutige Entfernung $d_0$ des Objekts und seine sogenannte Emissionsentfernung $d_e$ in Gleichung (4) einsetzen.

$$z + 1 = \frac{d_0}{d_e} \tag{5}$$

Dabei versteht man unter $d_e$ die Entfernung, die das Objekt zum Zeitpunkt $t_e$ hatte, d.h. zum Zeitpunkt der Lichtemission. Folglich ist auch $d_e$ um den gleichen Faktor kleiner als die heutige Objektentfernung $d_0$.

Die Fluchtgeschwindigkeit $v_e$ eines Objekts der Rotverschiebung z zum Zeitpunkt $t_e$ bestimmt sich ähnlich der Gleichung (3), allerdings darf man dazu *nicht* den Hubble-Parameter $H_0$ verwenden, vielmehr benötigt man den Hubble-Parameter $H_e$, der ein Maß für die Expansion des Universums zum Zeitpunkt $t_e$ ist. Aus den sogenannten Friedmann-Lemaitre-Gleichungen, welche die Entwicklung des Universums beschreiben, auf die wir hier aber nicht eingehen wollen, kann eine Gleichung zur Berechnung von $H_e$ abgeleitet werden. Sie lautet:

$$H_e{}^2 = H_0^2(1+z)^2\left[\Omega_0 z + \Omega_\Lambda\left[\frac{1}{(1+z)^2} - 1\right] + 1\right] \tag{6}$$

Die Größen $\Omega_0$ und $\Omega_\Lambda$ in (6) sind die sogenannten Dichteparameter der Materie bzw. der Vakuumenergie. In einem flachen Universum gilt $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$. In unserem Universum haben $\Omega_0$ und $\Omega_\Lambda$ die Werte 0,315 respektive 0,685. Damit lautet die Hubble-Beziehung zur Berechnung der Fluchtgeschwindigkeit $v_e$ zum Zeitpunkt $t_e$:

$$v_e = H_e \times d_e \tag{7}$$

Man beachte: Die Größe $d_0$ darf nur in Verbindung mit dem Hubble-Parameter $H_0$ und $d_e$ nur zusammen mit den Hubble-Parameter $H_e$ verwendet und nicht vermischt werden.

Setzt man in Gleichung (3) die Fluchtgeschwindigkeit $v_0$ gleich c, so ergibt sich für $d_0$ eine Entfernung von rund 14,55 Milliarden Lichtjahren, entsprechend einer Rotverschiebung $z = 1{,}48$. Die Größe $d_0$ = 14,55 Milliarden Lichtjahre, bezeichnet man auch als „Hubble-Länge“ und eine Kugelschale mit einem Radius gleich der Hubble-Länge als „Hubble-Sphäre“. Von einem Beobachter im Zentrum dieser Kugelschale entfernen sich *heute* alle Objekte, die auf der Oberfläche dieser Kugel liegen, mit Lichtgeschwindigkeit. Das bedeutet aber auch, dass sich alle Objekte mit einer Rotverschiebung größer als $z = 1{,}48$ *heute* mit Überlichtgeschwindigkeit von uns entfernen! Wer darin einen Verstoß gegen die Spezielle Relativitätstheorie vermutet, wonach sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit bewegen kann, liegt falsch. Man kann sich das anhand der im Tutorial „Rotverschiebung“ zur Erklärung der kosmischen Rotverschiebung gezeigten Graphik klar machen. In dem mitexpandierenden Koordinatensystem können sich Objekte in der Tat stets nur mit Unterlichtgeschwindigkeit bewegen. Dass es trotzdem zu Fluchtgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit kommt, ist der Expansion des Raumes geschuldet, welche die Objekte mit sich führt und die Entfernung zwischen ihnen schnell vergrößert.

Betrachten wir jetzt die Situation bei $z = 1{,}48$ mit $d_0$ gleich 14,55 Milliarden Lichtjahren. Das Universum war damals erst rund 4,3 Milliarden Jahre alt und entsprechend Gleichung (5) betrug die Emissionsentfernung $d_e$ rund 5,87 Milliarden Lichtjahre. Gemäß Gleichung (6) hatte der zu diesem Zeitpunkt gültige Hubble-Parameter $H_e$ den Wert 157 (km/s)/Mpc. Mit Gleichung (7) errechnet sich damit die Fluchtgeschwindigkeit $v_e$ zu 0,94 c. Die Fluchtgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t_e$ war also etwas kleiner als die Lichtgeschwindigkeit. Erst bei z gleich rund 1,6, entsprechend einem Hubble-Parameter $H_e$ von rund 167 (km/s)/Mpc, wird $v_e$ gleich c. Zu diesem Zeitpunkt war das Universum mit 4,04 Milliarden Jahren nur unwesentlich jünger als bei z = 1,48. *Heute* sind Objekte mit z = 1,6 rund 15,2 Milliarden Lichtjahre von uns entfernt und besitzen eine Fluchtgeschwindigkeit $v_0$ von rund 1,048 c. Die Rotverschiebung z = 1,6 stellt somit eine untere Grenze dar, ab der alle Objekte, sowohl zur Zeit der Emission als auch heute, Fluchtgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit besitzen.

Betrachtet man die Gesamtheit der Emissionsentfernungen über alle z von 0 bis ∞, wobei z = ∞ dem Zeitpunkt des Urknalls entspricht, so ist man zunächst überrascht. Bei z = 0 ist die Emissionsentfernung logischerweise Null. Von da steigt sie mit wachsendem z bis auf rund 5,87 Milliarden Lichtjahre und wird ab z = 1,6 wieder kleiner. Das wird verständlich wenn man sich klar macht, dass das Universum bei großen z-Werten nicht nur jünger, sondern auch kleiner war. Als die Objekte ihr Licht emittierten, waren sie daher uns, beziehungsweise dem Ort wo später unser Sonnensystem entstehen sollte, sehr nahe. Die Emissionsentfernungen bei großem z waren also entsprechend klein. Generell gilt: Alles Licht, das wir heute, von welchen Objekten auch immer, empfangen, stammt aus Emissionsentfernungen von maximal 5,87 Milliarden Lichtjahren.

Dazu zwei Beispiele: Nach heutiger Erkenntnis entstanden die ersten Sterne bereits 200 Millionen Jahre nach dem Urknall, entsprechend einem z = 18,5. Obwohl diese Sterne, so es sie überhaupt noch gibt, heute 35,4 Milliarden Lichtjahre von uns entfernt sind und sich mit 2,4-facher Lichtgeschwindigkeit entfernen, betrug ihre Emissionsentfernung $d_e$ nur 1,8 Milliarden Lichtjahre. Noch eindrucksvoller ist die Situation bei der kosmischen Hintergrundstrahlung, die wir bei z = 1080 beobachten. Mit einer Emissionsentfernung $d_e$ von 42 Millionen Lichtjahren entstand sie, nach kosmologischen Maßstäben, praktisch vor unserer Haustüre. Heute beträgt $d_0$ = 45,4 Milliarden Lichtjahre.