

Hubble-Gesetz

Das Hubble-Gesetz ist eines der wichtigsten Gesetze der Kosmologie. Gefunden wurde es 1929 von dem amerikanischen Astronom Edwin Hubble. Hubble maß zunächst die Rotverschiebung z naher Galaxien (siehe Tutorial „Rotverschiebung“) und bestimmte daraus mit Hilfe der Gleichung

$$v = z \times c \quad (1)$$

deren Fluchtgeschwindigkeit v (c = Lichtgeschwindigkeit). Aus der gemessenen scheinbaren m und der bekannten absoluten Helligkeit M spezieller Sterne, den sogenannten Cepheiden, die er in den Galaxien fand, konnte er mit Hilfe der Gleichung

$$m - M = 5 \times \log \frac{d[\text{pc}]}{10\text{pc}}$$

auch die Entfernung d der Galaxien berechnen. Als Hubble dann in einem Diagramm die Fluchtgeschwindigkeit gegen die Entfernung auftrug und die einzelnen Punkte durch eine Gerade verband, erhielt er dieses Diagramm:

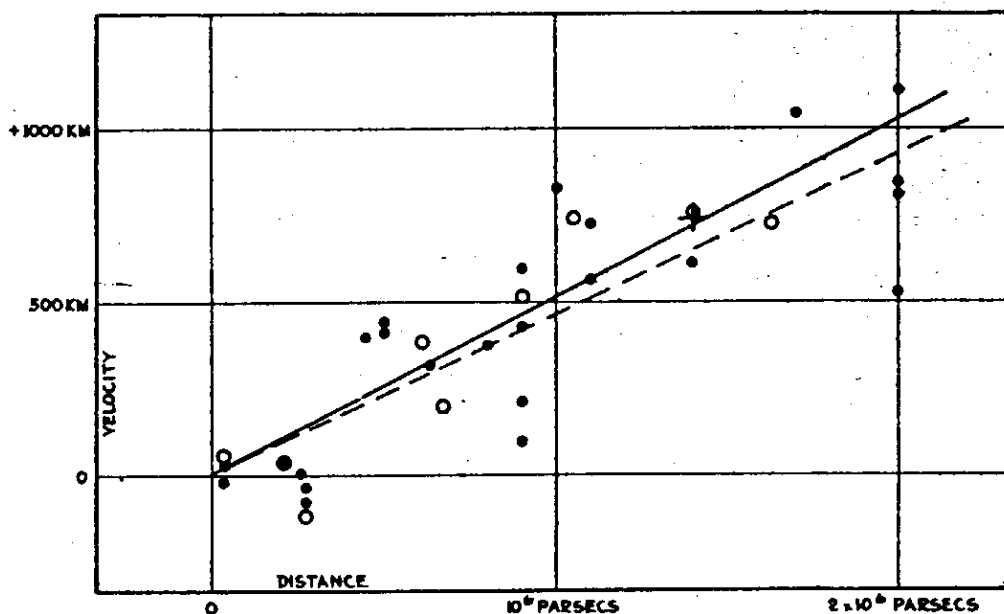


FIGURE 1

(Quelle: http://apod.nasa.gov/diamond_jubilee/d_1996/hubble_fig1_full.gif)

Daraus lässt sich ablesen, dass die Fluchtgeschwindigkeit v der Objekte proportional zu ihrer Entfernung wächst. Als Proportionalitätskonstante dient der nach Hubble benannte Parameter H . Somit lautet das **Hubble-Gesetz**:

$$v = H \times d \quad (2)$$

Der Wert von H ergibt sich aus der Steigung der Geraden und wurde aufgrund von Messungenauigkeiten von Hubble mit $H = 500 \text{ km / s Mpc}$ zunächst viel zu groß angegeben (1 Mpc = 1 Megaparsec = 3,26 Millionen Lichtjahre). Der *aktuelle*, zum gegenwärtigen Zeitpunkt gültige Wert für H , den man auch mit H_0 bezeichnet, wurde aus den Daten der Planck-Sonde ermittelt. Er lautet:

$$H_0 = 67,8 \text{ km/s} \times \text{Mpc}$$

beziehungsweise

$$H_0 = 2,19 \times 10^{-18} \times \frac{1}{\text{Sekunde}}$$

H_0 ist also ein Maß für die Geschwindigkeit mit der das Universum zum *heutigen* Zeitpunkt expandiert. Das zeigt sich auch in der Beziehung

$$H(t) = \dot{R}(t)/R(t)$$

Worin $\dot{R}(t)$ die zeitliche Änderung des Skalenfaktors $R(t)$ zum Zeitpunkt t bedeutet. (Zum Skalenfaktor siehe Tutorial Rotverschiebung)

Setzt man in Gleichung (2) $H = H_0$, muss auch für die Objektentfernung d die *heutige* Entfernung d_0 zu dem betrachteten Objekt eingesetzt werden um die *heutige* Fluchtgeschwindigkeit v_0 des Objekts zu erhalten. Damit lautet die Hubble-Beziehung zum Zeitpunkt *heute*:

$$v_0 = H_0 \times d_0 \quad (3)$$

Man beachte: Gleichung (3) ist für beliebige Entfernungen d_0 gültig. Mit anderen Worten: ein Objekt in doppelter, 10-facher oder 10.000-facher Entfernung, weist eine doppelte, bzw. 10, bzw. 10.000 Mal so große Fluchtgeschwindigkeit auf.

Betrachten wir nun ein Objekt mit der Rotverschiebung z . Da gilt (siehe Tutorial Rotverschiebung)

$$z + 1 = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} \quad (4)$$

war das das Universum zum Zeitpunkt z um den Faktor $1 / (1+z)$ kleiner als heute. Anstelle der Skalenfaktoren $R(t_0)$ und $R(t_e)$ kann man auch die Entfernung d_0 heute und die sogenannte Emissionsentfernung d_e zum Zeitpunkt t in Gleichung (4) einsetzen:

$$z + 1 = \frac{d_0}{d_e} \quad (5)$$

Folglich war auch d_e um den gleichen Faktor kleiner als die heutige Entfernung d_0 . Will man nun die damalige Fluchtgeschwindigkeit v_e des Objekts mit der Rotverschiebung z bestimmen, so darf man dazu *nicht* den Hubble-Parameter H_0 verwenden, vielmehr benötigt man den Hubble-Parameter H_e , der ein Maß für die Expansion des Universums zum früheren Zeitpunkt t ist. Aus den sogenannten Friedmann-Lemaitre-Gleichungen, welche die Entwicklung des Universums beschreiben, auf die wir hier aber nicht eingehen wollen, kann eine Gleichung zur Berechnung von H_e abgeleitet werden. Sie lautet:

$$H_e^2 = H_0^2 (1 + z)^2 \left[\Omega_0 z + \Omega_\Lambda \left[\frac{1}{(1+z)^2} - 1 \right] + 1 \right] \quad (6)$$

Die Größen Ω_0 und Ω_Λ sind die sogenannten Dichteparameter der Materie bzw. der Vakuumenergie. In einem flachen Universum gilt $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$. In unserem Universum haben Ω_0 und Ω_Λ die Werte 0,317 respektive 0,683.

Damit lautet die Hubble-Beziehung zur Berechnung der *damaligen* Fluchtgeschwindigkeit v_e zum Zeitpunkt t :

$$v_e = H_e \times d_e \quad (7)$$

Man beachte: Die Größe d_0 darf nur in Verbindung mit dem Hubble-Parameter H_0 und d_e nur zusammen mit dem Hubble-Parameter H_e verwendet und nicht vermischt werden.

Setzt man in Gleichung (3) die Fluchtgeschwindigkeit v_0 gleich c , so ergibt sich für d_0 eine Entfernung von 13,8 Milliarden Lichtjahren, entsprechend einer Rotverschiebung $z = 1,46$. Die Größe $d_0 = 13,8$ Milliarden Lichtjahre, bezeichnet man auch als „Hubble-Länge“ und eine Kugelschale mit einem Radius gleich der Hubble-Länge als „Hubble-Sphäre“. Von einem Beobachter im Zentrum dieser Kugelschale entfernen sich *heute* alle Objekte, die auf der Oberfläche dieser Kugel liegen, mit Lichtgeschwindigkeit. Das bedeutet aber auch, dass sich alle Objekte mit einer Rotverschiebung größer als $z = 1,46$ *heute* mit Überlichtgeschwindigkeit von uns entfernen! Wer darin einen Verstoß gegen die Spezielle Relativitätstheorie vermutet, wonach sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit bewegen kann, liegt falsch. Man kann sich das anhand der im Tutorial „Rotverschiebung“ zur Erklärung der kosmischen Rotverschiebung gezeigten Graphik klar machen. In dem mitexpandierenden Koordinatensystem können sich Objekte in der Tat stets nur mit Unterlichtgeschwindigkeit bewegen. Dass es trotzdem zu Fluchtgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit kommt, ist der Expansion des Raumes geschuldet, welche die Objekte mit sich führt und die Entfernung zwischen ihnen schnell vergrößert.

Betrachten wir jetzt die Situation zum Zeitpunkt $z = 1,46$. Das Universum war damals erst rund 4,5 Milliarden Jahre alt und entsprechend Gleichung (5) betrug die Emissionsentfernung d_e gleich 5,6 Milliarden Lichtjahre. Der zu diesem Zeitpunkt gültige Hubble-Parameter H_e hatte den Wert 155 km / s Mpc . Mit Gleichung (7) errechnet sich damit die Fluchtgeschwindigkeit v_e , die man auch als Fluchtgeschwindigkeit zum Zeitpunkt der Emission bezeichnet, zu $0,89 c$. Die Fluchtgeschwindigkeit *damals* war also etwas kleiner als die Fluchtgeschwindigkeit

heute. Erst bei $z = 1,6$, entsprechend einem Hubble-Parameter H_e von 167 km / s Mpc , wird v_e gleich c . Die Emissionsentfernung d_e betrug zu diesem Zeitpunkt $5,8$ Milliarden Lichtjahre und das Universum war mit $4,1$ Milliarden Jahren noch etwas jünger. *Heute* haben Objekte mit $z = 1,6$ eine Fluchtgeschwindigkeit v_0 gleich $1,06 c$. Die Rotverschiebung $z = 1,6$ stellt somit eine untere Grenze dar, ab der alle Objekte, sowohl zur Zeit der Emission als auch heute, Fluchtgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit besitzen.

Betrachtet man die Gesamtheit der Emissionsentfernungen über alle z von 0 bis ∞ , wobei $z = \infty$ dem Zeitpunkt des Urknalls entspricht, so ist man zunächst überrascht. Bei $z = 0$ ist die Emissionsentfernung logischerweise Null. Von da steigt sie mit wachsendem z bis auf $5,8$ Milliarden Lichtjahre bei $z = 1,6$ und wird dann wieder kleiner. Das wird verständlich wenn man sich klar macht, dass das Universum bei großen z -Werten nicht nur jünger, sondern auch kleiner war. Als die Objekte ihr Licht emittierten, waren sie daher uns, beziehungsweise dem Ort wo später unser Sonnensystem entstehen sollte, sehr nahe. Die Emissionsentfernungen bei großem z waren also entsprechend klein. Generell gilt: Alles Licht, das wir heute, von welchen Objekten auch immer, empfangen, stammt aus Emissionsentfernungen von maximal $5,8$ Milliarden Lichtjahren.

Dazu zwei Beispiele: Nach heutiger Erkenntnis entstanden die ersten Sterne bereits 200 Millionen Jahre nach dem Urknall, entsprechend einem $z = 18,5$. Obwohl diese Sterne, so es sie überhaupt noch gibt, heute $35,5$ Milliarden Lichtjahre von uns entfernt sind und sich mit $2,5$ -facher Lichtgeschwindigkeit entfernen, betrug ihre Emissionsentfernung d_e nur $1,8$ Milliarden Lichtjahre. Noch eindrucksvoller ist die Situation bei der kosmischen Hintergrundstrahlung, die wir bei $z = 1080$ beobachten. Mit einer Emissionsentfernung d_e von 42 Millionen Lichtjahren entstand sie, nach kosmologischen Maßstäben, praktisch vor unserer Haustüre. Heute beträgt $d_0 = 45,5$ Milliarden Lichtjahre.