Rotverschiebung

In der Astronomie wird die Rotverschiebung mit dem Buchstaben z bezeichnet. Mit ihrer Hilfe lassen sich z.B. Fluchtgeschwindigkeiten, Entfernungen und Daten aus früheren Epochen des Universum berechnen. Dabei deutet die tiefgestellte 0 darauf hin, dass es sich bei dem jeweiligen Parameter um dessen *heutige* Größe handelt, wogegen das tiefgestellte e die Größe des Parameters zu einem früheren *Zeitpunkt* t_e, beispielsweise zum Zeitpunkt der Emission eines Lichtsignals angibt.

Nachfolgend zwei Beispiele, die die Bedeutung der Größe z in der Astronomie veranschaulichen.

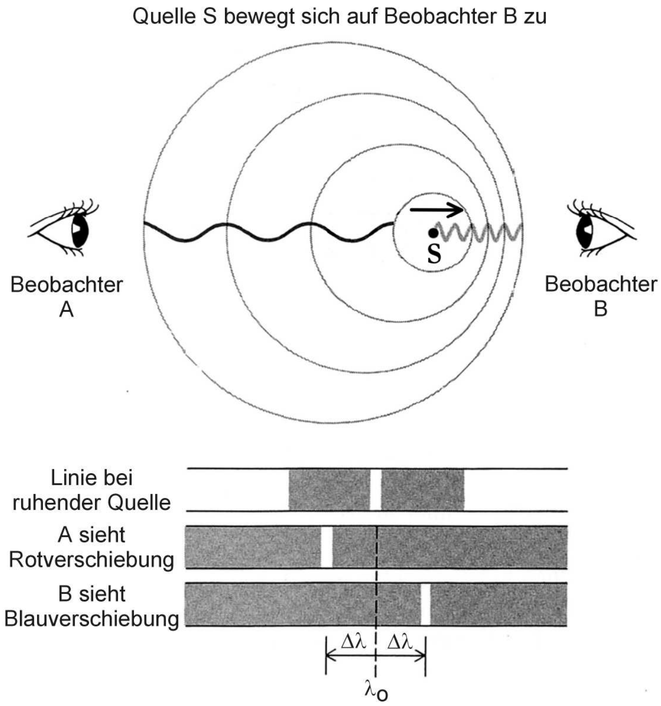
- Temperatur im Kosmos
  Mit der Expansion sinkt die Temperatur im Kosmos:
  $$T_e/(z+1) = T_0$$
  Dabei steht T_e für die Temperatur im Kosmos zu einem früheren Zeitpunkt t_e und T_0 für die Temperatur zum *heutigen* Zeitpunkt t_0
- Kosmologische Zeitdilatation
  In einem expandierenden Universum wir die Zeit t gedehnt:
  $$t_0 = t_e \times (z+1)$$
  Ein Ereignis, z.B. das Aufflammen einer Supernova, das t_e Zeiteinheiten andauert, währt für einen irdischen Beobachter um den Faktor (z + 1) länger.

Unterschiedliche Arten der Rotverschiebung

Klassische Rotverschiebung, Dopplereffekt

Den zeitlichen Abstand zweier Wellenberge einer elektromagnetischen Welle bezeichnet man als Periode T der Welle. Entfernt sich eine Lichtquelle von einem Beobachter mit der Geschwindigkeit v, so verlängert sich die Strecke zwischen zwei beim Beobachter ankommenden Wellenbergen um den Betrag (v × T). Der zeitliche Abstand zwischen zwei Wellenbergen ist demnach um den Betrag (v × T) / c vergrößert. Das ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung der Wellenlänge des von der Lichtquelle emittierten Lichts. Wird die Wellenlänge des Lichts zu größeren Wellenlängen verschoben, so spricht man von einer Rotverschiebung z. Da der österreichische Physiker und Mathematiker C. A. Doppler die Gleichung zur

Berechnung der resultierenden Rotverschiebung lieferte, bezeichnet man den Effekt auch als Dopplereffekt.



Schematische Darstellung des Dopplereffekts
(Quelle: Buch „Vom Quark zum Kosmos“, Spektrum der Wissenschaft, Seite 142)

Um z zu bestimmen benötigt man nur zwei Werte: Die Wellenlänge λ_e des von der Quelle emittierten Lichts und die Wellenlänge λ_0 des Lichts, das der Beobachter empfängt. Meist ist λ_e die Wellenlänge einer Spektrallinie eines Atoms in der Gashülle eines Sterns. Diese Spektrallinien sind im ruhenden Labor vermessen und somit bekannt. Die Wellenlänge λ_0 der beim Beobachter auf der Erde ankommenden Spektrallinie kann mit Hilfe eines Spektrometers gemessen werden. z lässt sich dann mit folgender Gleichung berechnen:

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1$$

Da die Wellenlänge λ entsprechend der Gleichung

$$\lambda \times \nu = c$$

über die Proportionalitätskonstante c (c = Lichtgeschwindigkeit) mit der Frequenz ν verknüpft ist, kann anstelle von λ auch die Frequenz des Lichts zur Berechnung von z herangezogen werden:

$$z = \frac{\nu_e - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\nu_e}{\nu_0} - 1$$

Ferner gilt:

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v}{c} \quad bzw.\ v = z \times c$$

Man beachte: Die Gleichung liefert nur für Geschwindigkeiten v deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c vernünftige Werte, bzw. für z bis etwa 0,1.

Rotverschiebung durch Dopplereffekt plus Zeitdilatation

Entfernt sich die Lichtquelle mit einer Geschwindigkeit v, die mit der Lichtgeschwindigkeit c vergleichbar ist, muss man die Zeitdilatation (Dehnung der Zeit) gemäß der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) berücksichtigen. Sie besagt: Für einen Beobachter vergeht die Zeit T in einem relativ zu ihm bewegten Inertialsystem langsamer, oder anders ausgedrückt: ein Beobachter registriert Prozesse in einem relativ zu ihm bewegten Inertialsystem verlangsamt (siehe auch das Video „Spezielle Relativitätstheorie“ mit Harald Lesch). Die entsprechende Gleichung lautet:

$$T_{Beobachter} = T \times \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Den Term

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

bezeichnet man als Gamma-Faktor, kurz Gamma genannt.

Unter Berücksichtigung der SRT erhält man somit für die Periodenlänge T einer Welle:

$$T_0 = T_e \times \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Dabei bedeutet T_0 die Periode der Welle, die der Beobachter wahrnimmt und T_e die im relativ zum Beobachter bewegten System. Da die Periode einer Welle proportional zur Wellenlänge ist darf man schreiben:

$$\lambda_0 = \lambda_e \times \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Mit $(\lambda_0 / \lambda_e) = z + 1$ folgt daraus die relativistische Dopplerformel:

$$z = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} - 1$$

Umgestellt nach der Geschwindigkeit v erhält man:

$$v = \frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1} \times c$$

Für v bzw. z = 0 wird z bzw. v = 0.

Gravitations Rotverschiebung

Entsprechend der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) vergeht die Zeit im Gravitationsfeld einer Masse M langsamer (siehe auch das Video „Allgemeine Relativitätstheorie“ mit Harald Lesch). Folglich ist das von einem Körper in einem Gravitationsfeld emittierte Licht zu längeren Wellenlängen verschoben, oder salopp gesprochen: rotverschoben. Die entsprechende Gleichung der gravitativen Rotverschiebung z lautet:

$$z = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2\times G\times M}{R\times c^2}}} - 1$$

mit G = Gravitationskonstant und R = Entfernung zum Massenschwerpunkt der Masse M.

Unter Verwendung des Schwarzschildradius R_S

$$R_S = \frac{2\times G\times M}{c^2}$$

erhält man die Formel:

$$z = \frac{1}{\sqrt{1-R_S/R}} - 1$$

Dabei entspricht der Schwarzschildradius R_S der Entfernung von einem Schwarzen Loch in der die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.

Eine vereinfachte Betrachtung, ohne Berücksichtigung der ART, führt zu der Gleichung

$$z = \frac{G\times M}{R\times c^2}$$

Sie ist eine gute Näherung der oben angeführten Formel. Der Herleitung liegt folgender Gedankengang zugrunde: Ein Photon, das von einer Quelle der Masse M emittiert wird, muss gegen das Gravitationspotential Φ der Masse anlaufen. Das Gravitationspotential berechnet sich zu

$$\Phi = \frac{G \times M}{R}$$

mit G = Gravitationskonstante und R = Entfernung vom Massenschwerpunkt. Beim Anlaufen gegen das Gravitationspotential erleidet das Photon einen Energieverlust entsprechend

$$\Delta(h \times \nu) = -\frac{G \times M \times m_{Ph}}{R}$$

woraus sich die Näherungsformel ableiten lässt. In dieser Gleichung ist m_{Ph} die „formale“ Masse des Photons gemäß

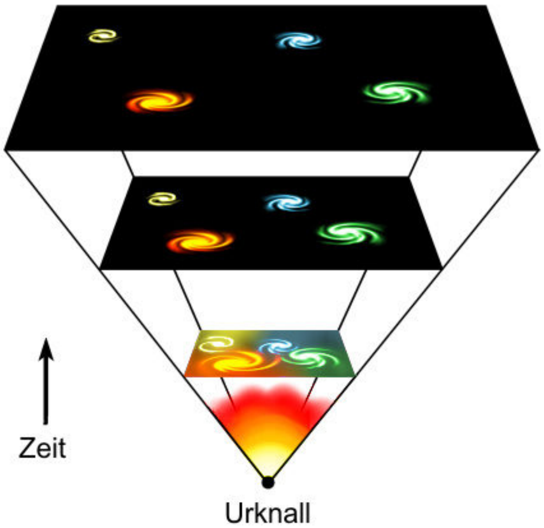
$$m_{Ph} = \frac{h \times \nu}{c^2}$$

und h = Plancksches Wirkungsquantum und ν = Frequenz der Lichtwelle.

.

Kosmologische Rotverschiebung

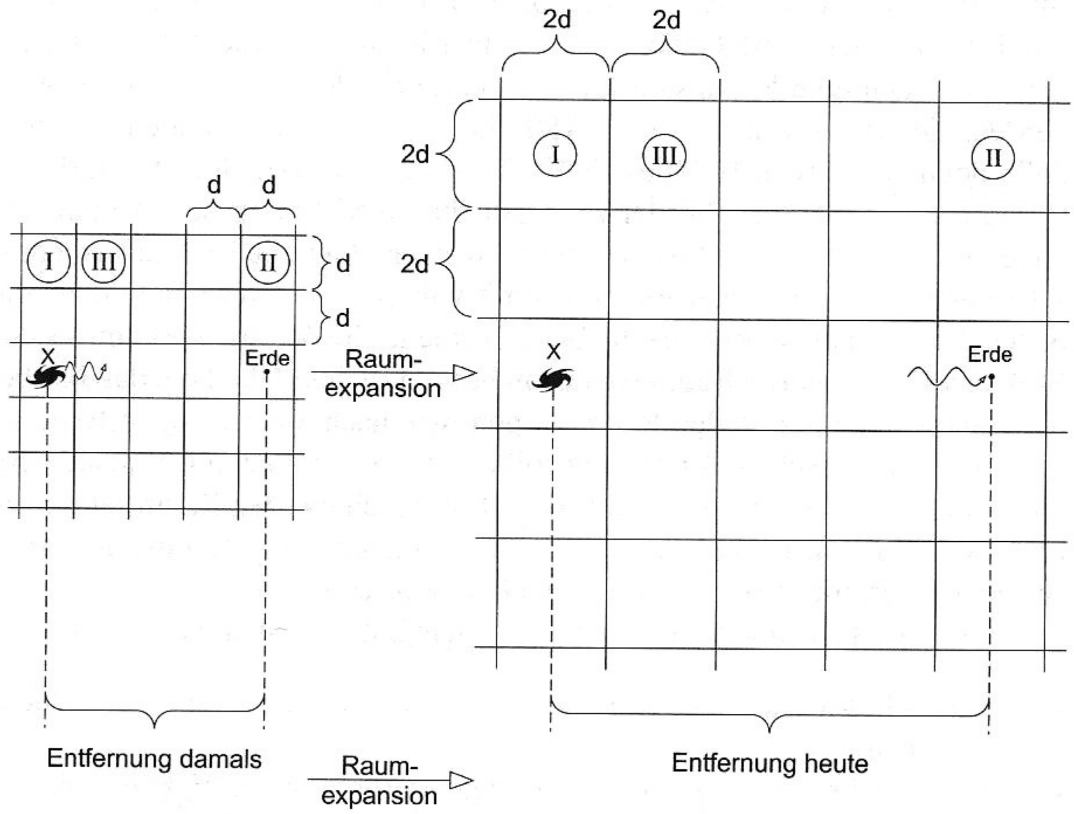
Die kosmologische Rotverschiebung unterscheidet sich prinzipiell von den bisher besprochenen Formen der Rotverschiebung. Während dort die Rotverschiebung auf die Bewegung eines Objekts relativ zu einem anderen Objekt zurückzuführen war, bzw. auf die Wirkung der Gravitation, ist die kosmologische Rotverschiebung ein Ergebnis der *Expansion des Raumes*.



Zweidimensionale Darstellung der Raumexpansion

(Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Urknall)

Mit Hilfe des sogenannten Skalenfaktors R(t) lässt sich die Expansion beschreiben. Er gibt an, um welchen Faktor die Skalen – daher der Name Skalenfaktor – in einem expandierenden Kosmos in der Zeit t_e bis t_0 „gestreckt“ werden.



Schematische Darstellung der Streckung der Skalen
(Quelle: Buch „Kleines 1x1 der Relativitätstheorie“)

Da von dieser Streckung im gleichen Maße die Wellenlänge des Licht betroffen ist, gilt:

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} - 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1$$

Üblicherweise setzt man $R(t_0)$, den Skalenfaktor *heute*, gleich 1. Damit erhält man:

$$R(t_e) = \frac{1}{z+1}$$

Angewandt auf die Ausdehnung des Universums heißt das, dass das Universum zu einem früheren Zeitpunkt t_e um den Faktor 1 / (z + 1) kleiner war als das heutige Universum. Eine schöne Demonstration der Expansion des Universums findet sich im Video „Geht´s auch ohne Urknall …“ mit Herrn Josef Gassner ab T = 6:32 bis T = 9:23.

Es sei nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die kosmologische Expansion nur den Raum betrifft, nicht aber die Größe der im Raum befindlichen Objekte! (Man vergleiche die Ausdehnung der Galaxien zu verschiedenen Zeiten in obiger Abbildung). Bildlich gesprochen „schwimmen“ die Objekte wie Korken auf einer Wasseroberfläche mit der Strömung mit, ihre Größe aber bleibt unverändert.