Entfernungen im Universum

Die Bestimmung von Objektentfernungen gehört zu den wichtigsten Aufgaben der Kosmologie. Hierfür gibt es eine ganze Palette an Verfahren, z.B. die „Parallaxen-“ und die „Cepheiden-Methode“ oder, für größere Entfernungen, die Tully-Fischer-Korrelation und die Helligkeitsmessung von Supernova Ia, um nur einige zu nennen. Sie sollen in einem späteren Tutorialbeitrag besprochen werden. In diesem Beitrag betrachten wir die Entfernungsmaßstäbe, welche in der Kosmologie Verwendung finden.

Entsprechend dem kosmologischen Modell dehnt sich das Universum aus. In einem expandierenden Kosmos sind Entfernungsbestimmungen schwierig. Hätte man es stattdessen mit einem statischen Universum euklidscher Metrik zu tun, würde ein simples „Lineal“ genügen, um beispielsweise die Entfernungen zwischen einem stehenden Auto und einem Beobachter zu messen. In einem expandierenden Kosmos, dessen Raum zudem gekrümmt sein kann, ist es mit einem einfachen Maßstab nicht mehr getan. Dort würde sich ein Auto mit wachsender Geschwindigkeit vom Beobachter weg bewegen. Die Gleichungen zur Berechnung der jeweiligen Entfernung müssten demnach sowohl die Geschwindigkeit, die Geschwindigkeitsänderung sowie die Raumkrümmung berücksichtigen.

In dem unser Universum beschreibenden kosmologischen Modell erfüllt die sogenannte „Friedmann-Lemaitre-Gleichung“ diese Bedingungen.

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

Der Term auf der linken Seite der Gleichung ist gleich dem Quadrat des Hubble-Parameters. Auf der rechten Seite bedeuten G die Gravitationskonstante, ρ die Dichte, k den Krümmungsindex, R den Skalenfaktor, $\dot{R}$ dessen zeitliche Ableitung und Λ die von Einstein eingeführte kosmologische Konstante. Ist k = 0, so hat man es mit einem flachen Universum zu tun. Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung gibt Auskunft über die Dynamik des Universums und erlaubt Aussagen zu dessen Entwicklung.

Die Dynamik des Kosmos wird bestimmt durch dessen Energiegehalt. Dazu tragen bei: Die Materie im Kosmos, sowohl die baryonische als auch die Dunkle Materie, sodann die Dunkle Energie (Vakuumenergie) und die von allen Galaxien im

Universum produzierte Strahlung plus die kosmische Hintergrundstrahlung. In der Physik bedeutet Dichte im allgemeinen Masse pro Volumen. Da Masse und Energie äquivalent sind, kann man auch eine sogenannte Energiedichte definieren, also Energie pro Volumen. Angewandt auf die erwähnten Massen und Energien im Kosmos, erhält man eine Materiedichte ρ_M, eine Vakuumenergiedichte ρ_Λ und eine Strahlungsdichte ρ_γ. Eine besondere Rolle in den kosmologischen Modellen spielt die sogenannte „kritische Dichte" ρ_{cr}. Ein Universum, dessen Gesamtdichte $\rho_M + \rho_\Lambda + \rho_\gamma$ gleich der kritischen Dichte ist, bezeichnet man als „flach".

Meist ist es zweckmäßig, nicht mit Dichten, sondern mit dimensionslosen „Dichteparametern" zu operieren. Dazu dividiert man die jeweiligen Dichten durch die kritische Dichte, also ρ_M / ρ_{cr}, ρ_Λ / ρ_{cr}, und ρ_γ / ρ_{cr} und erhält den Dichteparameter der Materie: $\Omega_\mathrm{M} = \rho_\mathrm{M}/\rho_\mathrm{cr}$, den Dichteparameter des Vakuums: $\Omega_\Lambda = \rho_\Lambda/\rho_\mathrm{cr}$ und den der Strahlung: $\Omega_\gamma = \rho_\gamma/\rho_\mathrm{cr}$. Damit ist das flache Universum charakterisiert durch die Beziehung: $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_\gamma = 1$. Entsprechend den Ergebnissen zur Vermessung der kosmischen Hintergrundstrahlung durch den Planck-Satelliten, hat Ω_M gegenwärtig den Wert 0,317, $\Omega_\Lambda = 0{,}683$ und $\Omega_\gamma = 4 \times 10^{-5}$. In Anbetracht der Winzigkeit von Ω_γ im Vergleich zu Ω_M und Ω_Λ, darf man Ω_γ in der Beziehung $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_\gamma = 1$ vernachlässigen.

Die aktuellen Dichteparameter eingesetzt in die Friedmann-Gleichungen zeigen, dass wir in einem flachen Universum leben, das bis etwa 7,3 Milliarden Jahre nach dem Urknall gebremst expandierte und dann auf eine beschleunigte Expansion umgeschaltet hat. Seit rund 6,5 Milliarden Jahren dehnt sich unser Universum immer schneller aus.

Nun zu den Entfernungen im Kosmos und den entsprechenden Maßstäben. Aus der Friedmann-Lemaitre-Gleichung lässt sich eine Gleichung herleiten, welche die Berechnung der *aktuellen* Entfernung D_C eines Objekts gestattet, also der Entfernung, in der sich das Objekt *heute* befindet:

$$\mathrm{D_C} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{H_0}} \int_0^\mathrm{z} (1+\mathrm{z})^2 [(\Omega_\mathrm{M}\mathrm{z} + 1) - \Omega_\Lambda \mathrm{z}(\mathrm{z}+2)]^{-1/2}\, \mathrm{dz} \qquad (1)$$

In dieser Gleichung ist H_0 die Hubble-Konstante und z die Rotverschiebung. Man bezeichnet D_C als „mitbewegte Entfernung" (englisch: comoving distance). Objekte in der Entfernung D_C sind *aktuell* nicht beobachtbar. Das wird verständlich, wenn man bedenkt, dass das Licht, das diese Objekte *heute* emittieren, erst die Entfernung D_C

zu uns zurücklegen muss, während sich die Quelle aufgrund der Expansion des Universums gleichzeitig noch weiter von uns entfernt. Der Entfernung D_C kommt in der Kosmologie eine fundamentale Bedeutung zu, da, wie sich noch zeigen wird, alle anderen Entfernungen auf einfache Weise von D_C abgeleitet werden können. Zudem ist sie identisch mit der im Tutorial „Hubble-Gesetz" eingeführten Entfernung d_0, mit deren Hilfe die aktuelle Fluchtgeschwindigkeit v_0, gemäß der Beziehung: $\mathrm{v}_0 = \mathrm{H}_0 \times \mathrm{d}_0$, berechnet werden kann. (Zur Erinnerung: Die tiefgestellte „0" bedeutet, dass es sich um *aktuelle*, d.h. *heutige* Größen handelt, wobei man unter *heute* die gegenwärtige Epoche des Universums versteht.)

Gleichung (1) hat für alle vernünftigen Kombinationen von Ω_M und Ω_Λ Gültigkeit. Berücksichtigt man, dass in einem flachen Universum $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ ist, so erhält man nach einigen Umformungen die für ein flaches Universum vereinfachte Gleichung

$$\mathrm{D_C} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{H_0}} \int_0^{\mathrm{z}} [\Omega_\mathrm{M}(1+\mathrm{z})^3 + \Omega_\Lambda]^{-1/2}\,\mathrm{dz} \qquad (2)$$

Die Gleichungen (1) und (2) sind analytisch nicht lösbar, sondern nur durch numerische Integration. Dem interessierten Leser bleibt das jedoch erspart, denn im Internet findet man unter „https://ned.ipac.caltech.edu/help/cosmology_calc.html" einige „Kosmologie-Rechner", in denen die Gleichungen bereits programmiert sind. Man muss lediglich die Werte für H_0, Ω_M, Ω_Λ und z eingeben, um sich D_C berechnen zu lassen.

Häufig stehen Kosmologen vor der Aufgabe, aus dem auf der Erde gemessenen Strahlungsstrom S eines Objekts, beispielsweise eines Sterns, die Leuchtkraft L der Quelle zu bestimmen. Allgemein gilt: $\mathrm{L} = 4\pi\mathrm{R}^2 \times \mathrm{S}$. Dabei ist R gleich der Entfernung Quelle–Beobachter und $4\pi R^2$ die Fläche einer Kugelschale um die Lichtquelle. Sitzt der Beobachter in einer Sternwarte auf der Erde, so ist R gleich der Entfernung Lichtquelle–Erde. Kennt man R, so kann man L bestimmen. Dummerweise ist dieses „R" nicht gleich der mitbewegten Entfernung D_C. Man muss berücksichtigen, dass die Wellenlänge des von der Quelle emittierten Lichts auf dem Weg zu uns aufgrund der Expansion des Universums um den Faktor (1+z) gedehnt wird, und dass ferner wegen der Zeitdilatation sich die Menge der ankommenden Photonen noch um einen weiteren Faktor (1+z) verringert. Folglich ist D_C mit dem Faktor $(1+z)^2$ zu multiplizieren. Damit erhält man $\mathrm{L} = 4\pi\mathrm{D}_\mathrm{C}^2(1+\mathrm{z})^2 \times \mathrm{S}$. Die Größe $\mathrm{D}_\mathrm{C}^2(1+\mathrm{z})^2$ kann man als das Quadrat der sogenannten „Leuchtkraftentfernung" D_L betrachten, was schließlich zu $\mathrm{D_L} = \mathrm{D_C} \times (1 + \mathrm{z})$ führt. Wie weiter oben bereits angedeutet, erhält man die Leuchtkraftdistanz D_L aus D_C durch eine einfache Multiplikation mit (1+z).

Neben der Bestimmung der Objektleuchtkraft interessiert auch die physikalische Ausdehnung bzw. der Durchmesser D ferner Objekte, beispielsweise einer Galaxie. Mit Hilfe der Gleichung $\mathrm{D} = \mathrm{R} \times \Theta$ kann D berechnet werden, wobei R gleich der Entfernung Objekt–Beobachter ist und Θ die gemessene Winkelausdehnung des Objekts am Himmel bedeutet. Wiederum ist R nicht gleich D_C, denn man sieht nicht das heutige Objekt und das heute vom Objekt emittierte Licht, vielmehr sieht man das Objekt so, wie es bei der Rotverschiebung z war, und das zu diesem Zeitpunkt emittierte Licht. Damals war das Universum aber noch viel kleiner und die Objekte standen viel näher beisammen. Folglich war die Entfernung Objekt–Beobachter, bzw. die Entfernung des Objekts zu dem Ort, wo die Erde später entstand, viel kleiner als heute, und zwar um den Faktor: $1/(1 + z)$. Zur korrekten Bestimmung von D mit der Gleichung $\mathrm{D} = \mathrm{R} \times \Theta$ ist daher R gleich $\mathrm{D_C}/(1 + \mathrm{z})$ zu setzen. In der Kosmologie bezeichnet man den Ausdruck $\mathrm{D_C}/(1 + \mathrm{z})$ als Winkeldistanz D_Θ. Diesmal liefert also eine einfache Division von D_C durch (1+z) die gesuchte Winkeldistanz D_Θ. Interessanterweise wächst D_Θ nicht linear mit z. Beginnend mit D_Θ = 0 bei z = 0, erreicht D_Θ zunächst bei z = 1,6 eine Maximum, um von da bis z = ∞ wieder auf Null abzufallen. Denn wie bereits erklärt schrumpft mit wachsendem z, die Größe des Universums und damit auch die Entfernung Objekt–Erde. Schließlich ist bei z = ∞ die Entfernung Objekt–Erde auf Null zusammengeschnurrt. Noch zu erwähnen ist, dass die Winkeldistanz D_Θ gleichbedeutend ist mit der im Tutorial „Hubble-Gesetz“ eingeführten Emissionsentfernung d_e, mit deren Hilfe die Fluchtgeschwindigkeit v_e eines Objekts zum Zeitpunkt der Lichtemission berechnet werden kann. In der entsprechenden Gleichung $\mathrm{v_e} = \mathrm{H_e} \times \mathrm{d_e}$ ist H_e gleich dem Hubble-Parameter $H(t_z)$, der zum Zeitpunkt der Lichtemission galt.

Ein weiterer in der Kosmologie verwendeter Entfernungsmaßstab ist die „Lichtlauf-Distanz“ D_T. Die Anführungszeichen sollen darauf hinweisen, dass es sich dabei nicht wirklich um eine Entfernung handelt, sondern vielmehr um eine Zeit, und zwar um die Zeit, die das Licht eines entfernten Objekts vom Zeitpunkt seiner Emission bis zu uns unterwegs war. Das heißt: D_T hat die Dimension Jahre und nicht Lichtjahre (Lj). Die korrekte Bezeichnung für D_T ist daher „Lichtlaufzeit“. Dennoch wird in den Medien immer wieder D_T in Lichtjahren angegeben, obwohl das betreffende Objekt weder heute noch zum Zeitpunkt der Lichtemission eine Entfernung von D_T-Lichtjahren hat bzw. hatte. Beispielsweise hat D_T für z = 3 den Zahlenwert 11,7 Milliarden, wogegen sich für D_C ein Wert von 21,2 Milliarden Lj und für D_Θ 5,3 Milliarden Lj errechnen. Die Aussage D_T ist gleich 11,7 Milliarden Lj ist somit unsinnig. Sinn machen dagegen die Angaben: Zum Zeitpunkt der Lichtemission war das Universum 2,1 Milliarden Jahre alt (Emissionsalter = Alter des Universums minus D_T). Oder: bei der Betrachtung des Objekts blickt man 11,7 Milliarden Jahre in die Vergangenheit zurück.

Fassen wir zusammen: Je nach Aufgabenstellung, z.B. Bestimmung der Leuchtkraft oder der physikalischen Ausdehnung eines Objekts, werden unterschiedliche Entfernungsmaßstäbe herangezogen:

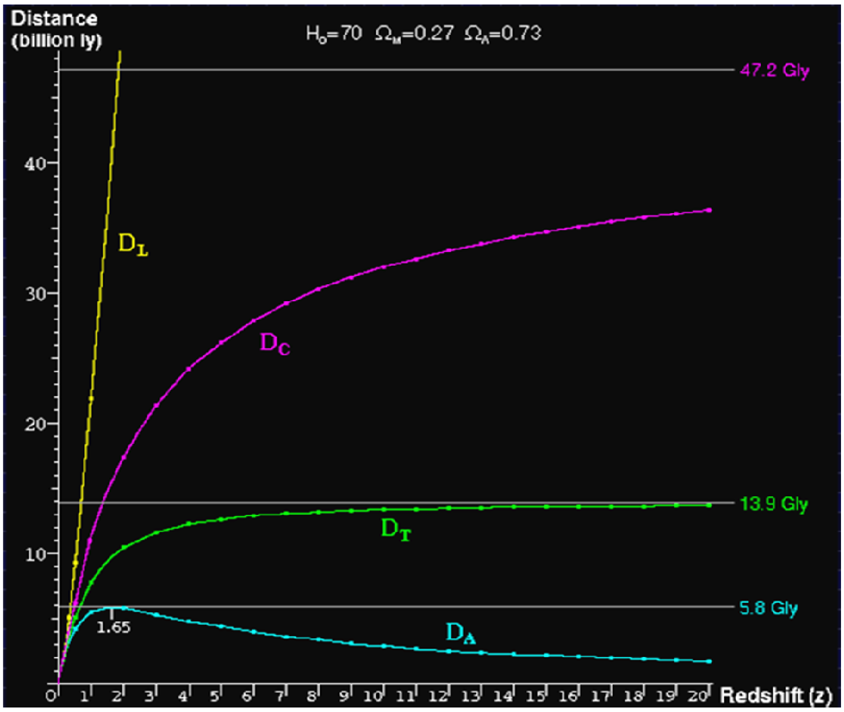
1. Die mitbewegte Entfernung D_C (englisch: comoving distance). Dieser Maßstab expandiert zusammen mit dem Universum. D_C gibt die heutige Entfernung eines Objekts an. Für z = ∞ erreicht D_C einen maximalen Wert von rund 47 Milliarden Lichtjahren.

2. Die Leuchtkraftdistanz $\mathrm{D_L} = \mathrm{D_C} \times (1 + \mathrm{z})$. Aufgrund der Rotverschiebung und der „Ausdünnung“ des Photonenflusses als Folge der Zeitdilatation erscheinen in einem expandierenden Universum entfernte Objekte sehr leuchtschwach. Mit dem Hubble-Space-Telescope lassen sich Objekte bis etwa z = 10 beobachten. Diese Objekte erscheinen so leuchtschwach, als wären sie rund 350 Milliarden Lichtjahre entfernt, obwohl ihre Entfernung heute nur 32 Milliarden Lj beträgt und sie zum Zeitpunkt der Lichtemission gar nur 2,9 Milliarden Lj entfernt waren.

3. Die Winkeldistanz $\mathrm{D_\Theta} = \mathrm{D_C}/(1 + \mathrm{z})$. Im Gegensatz zur mitbewegten Entfernung D_C gibt D_Θ die Entfernung Objekt–Erde zum Zeitpunkt der Rotverschiebung z an, d.h. zum Zeitpunkt der Lichtemission. Für große z ist D_Θ relativ klein (z = 10: D_Θ = 2,9 Milliarden Lj). Folglich erscheinen uns entfernte Objekte überraschend groß, denn wir sehen sie so, als befänden sie sich in der Entfernung D_Θ. (Übrigens: Die im Englischen mit „proper distance“ bezeichnete Entfernung ist zahlenmäßig gleich der Winkeldistanz)

4. Die Lichtlauf-Distanz D_T. Wie bereits erwähnt, ist D_T kein Entfernungs-, sondern ein Zeitmaßstab. D_T gibt die Zeit an, die das Licht eines Objekts vom Zeitpunkt seiner Emission bis zu uns benötigt hat. Man kann D_T auch als „Rückblick-Zeit", englisch: look-back-time, ansehen, insofern als man bei der Betrachtung des Objekts D_T Jahre in die Vergangenheit zurückblickt. Für z nicht größer als rund 0,1 darf D_T auch als Entfernung des Objekts in Lichtjahren auffassen, da für sehr kleine z die Werte aller vier Entfernungsmaßstäbe praktisch identisch sind.

Fazit: Ohne Nennung des zugrunde liegenden Maßstabs ist eine Entfernungsangabe wertlos. Wird stattdessen die Rotverschiebung z angegeben, kann man anhand der folgenden Grafik, in der der Verlauf der vier Entfernungen in Abhängigkeit der Rotverschiebung z dargestellt ist, die entsprechenden Werte für D_C, D_L, D_Θ oder D_T ablesen (D_A in der Graphik entspricht der Winkeldistanz D_Θ im Text.)



(Quelle: http://www.atlasoftheuniverse.com/redshift.html)