Der Quantencomputer

Bild 1: IBM´s Q System One

Neben der Fusion und der künstlichen Intelligenz ist wohl der Quantencomputer die am häufigsten durch die Medien beworbene Zukunftstechnologie. Und auch nicht ohne Grund! Die Bundesregierung [1] hat 2021 zwei Milliarden Euro frei gegeben, um Projekte in diesem Gebiet zu fördern. Unter anderem ist ein Quantencomputer in Garching bei München geplant, welcher auf mindestens 500 Qubits ausgelegt werden soll. Eine Größenordnung, welche alle bereits bestehenden Quantenrechner übertrifft. Auch die Industrie hat die Notwendigkeit der Forschung an Quantencomputern längst erkannt. So investieren internationale Technik- und Informationsriesen wie Google, Microsoft und IBM Milliarden von Dollar in die Weiterentwicklung neuer Quantentechnologie! Sie verfolgen dabei spannende Anwendungen wie die Simulation von Quantensystemen wie Proteinen, maschinelles Lernen und Data Mining auf Quantenrechnern und vieles mehr. Aber nicht nur das! Diese Konzerne ermöglichen es sogar, dass jedermann Zugriff auf kleine Einheiten von Qubits bekommt und sich selbst an Quantencomputing [2] beteiligen kann. Benötigt werden nur wenige Grundlagen [3], welche leicht erlernbar sind. Ich finde, das ist fast so, als würde die NASA mir erlauben, den Marsrover zu steuern. Pure Faszination!

Das Ziel dieses Artikels besteht nun darin, ihnen die vier entscheidenden Begriffe des Quantencomputings im Detail zu erklären. Was ist ein Qubit? Was bedeuten Superposition und Verschränkung? Und was hat es mit der Quantenüberlegenheit auf sich?

Das Qubit

Das Bit ist die kleinste Einheit von Information, mit der ein Computer rechnen kann. Auf einem klassischen Computer, also einem vor dem sie im Moment wahrscheinlich gerade sitzen, werden klassische Bits verarbeitet. Man kann sich ein klassisches Bit vorstellen als einen Schalter, an dem eine Spannung anliegt. Ist der Schalter offen, fließt kein Strom und der Computer ordnet diesem Zustand die Zahl 0 zu. Ist der Schalter geschlossen symbolisiert das die 1. Ein klassisches Bit hat also entweder den Wert 0 oder 1. Ein Qubit wird physikalisch durch ein System realisiert, welches sich ebenfalls in zwei Zuständen befinden kann. In der Praxis können dies zum Beispiel Photonen sein, welche zwei Polarisationszustände besitzen, oder ein Elektron, von welchem man den Spin entlang der Z-Achse betrachtet. Hier sind die beiden Zustände Spin up $|\uparrow\rangle$und Spin down $|\downarrow\rangle$. Diese lustige Notation $|\cdot\rangle$ nennt man Ket und geht auf Paul Dirac zurück. Allerdings sind solche realen Qubits noch nicht ausreichend. Was wir brauchen sind ideale Qubits, also Realität, die sich genauso verhält, wie wir es wollen. Ideale Qubits als echte Hardware herzustellen ist eine der größten Probleme des Quantencomputings und macht wohl den Hauptteil der Forschung aus. Die Schwierigkeit besteht darin, dass ideale Qubits, vom Start der Berechnung bis zum Zeitpunkt der Messung völlig vom Rest des Universums isoliert sein müssen. Dazu werden Technologien benötigt, welche das System der Qubits fast bis zum absoluten Nullpunkt kühlen und ein nahezu perfektes Vakuum herstellen. Sonst entstehen Störungen, welche die Berechnung in nicht zu vernachlässigender Weise verfälschen können. Die Alternative dazu heißt Quantenfehlerkorrektur. Diese existiert bereits für klassische Bits und beruht auf geschickt ausgenutzten Redundanzen. Aber auch hier gibt es viele Hürden zu überwinden. Zum Beispiel benötigt der von Peter Shor [4] entdeckte 9-Qubit Fehlerkorrekturalgorithmus 9 reale Qubits um ein ideales Qubit herzustellen. Es [5] konnte gezeigt werden, dass man mindestens 5 reale Qubits für ein ideales Qubit benötigt, um einen beliebigen Quantenfehler zu korrigieren.

Nun betrachten wir die beiden Quanteneffekte, welche das Qubit ausnutzen kann, um das klassische Bit möglicherweise zu übertrumpfen. Die Superposition und die Verschränkung von Qubit Zuständen. Wir starten mit der

Superposition

Wir haben gesehen, das der Spin eines einzelnen Elektrons durch die beiden Kets $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ beschrieben werden kann. Ein Qubit kann aber nun im Gegensatz zu einem klassischen Bit auch jeden Überlagerungszustand $|\Psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ von up und down annehmen.

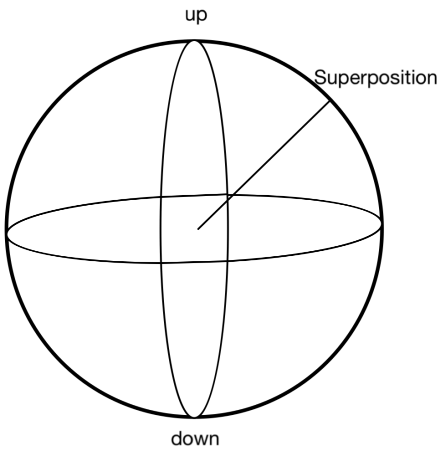

Bild 2: Darstellung der Superposition auf der Blochkugel. Der Nordpol entspricht dem up Zustand und der Südpol dem down Zustand. Jeder andere Punkt auf der Kugel ist eine Superposition

Hier sind α und β einfach nur zwei Zahlen (genauer: komplexe Zahlen). Diese Aussage klingt im ersten Moment, und wahrscheinlich auch noch im zweiten, vollkommen verrückt. Der Grund dafür ist, dass wir diesen Effekt in der uns umgebenden, makroskopischen Welt nicht beobachten. Durch ständige Wechselwirkungen mit der Außenwelt kollabieren Quantenzustände in klassische Zustände. Auch Erwin Schrödinger machte sich hier so seine Gedanken mit Hilfe einer Katze… [6]. Für die Absolutquadrate von α und β gilt: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Dies lässt zu, sie nach Max Born als Wahrscheinlichkeiten zu interpretieren, bei einer Messung des Spins an $|\Psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ den jeweiligen Zustand up oder down zu finden. Eine schöne Anwendung des Superpositionsprinzips ist das Problem von Deutsch, erstmals formuliert von David Deutsch [8], einem der Väter des Quantencomputers. Gegeben sei eine Münze. Die Aufgabe besteht darin, herauszufinden, ob die Münze fair ist, also auf der einen Seite Kopf und auf der anderen Seite Zahl zeigt, oder ob sie gezinkt ist, also zweimal Kopf oder zweimal Zahl aufgeprägt hat. Ein klassischer Computer brauch dafür offensichtlich zwei Schritte. Er muss zweimal einen Vorgang starten, welcher das Bild auf einer Seite der Münze ausliest. Solch einen Vorgang nennt man den Aufruf eines Orakels. Das Orakel kann beliebig kompliziert sein und ist somit für die Laufzeit der Berechnung maßgebend. Auf einem Quantencomputer ist es möglich, eine Superposition $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}\,|Kopf\rangle + 1/\sqrt{2}\,|Zahl\rangle$ herzustellen und nach dem Ablauf eines kurzen Algorithmus [3] das Orakel nur einmal aufzurufen, um herauszufinden ob die Münze gezinkt ist oder fair. Es werden also beide Seiten der Münze gleichzeitig betrachtet. Dies nennt man Quantenparallelismus. Der Vorteil des Quantencomputers gegenüber des klassischen Rechners besteht also darin, die benötigten Orakelaufrufe zu reduzieren und damit einen Laufzeitvorteil zu erreichen.

<u>Längerer Einschub: Problem von Deutsch im Detail</u>

Achtung: Hoher Schwierigkeitsgrad! Kann bis zur Zusammenfassung übersprungen werden ohne das Verständnis des ganzen Textes zu verlieren. Ich habe mich aber dennoch bemüht es so verständlich wie möglich zu halten und jeden Schritt zu erklären.

Wir modellieren die Münze als binäre Funktion $f : \{0;1\} \longmapsto \{0;1\}$, eine Abbildung der beiden Seiten der Münze auf die Werte $0 \hat{=} Kopf$ und $1 \hat{=} Zahl$. Eine faire Münze zeigt Kopf und Zahl, entspricht also verschiedenen Funktionswerten von f. Ein solches f nennen wir balanciert. Eine gezinkte Münze hingegen bedeutet, die Funktionswerte von f sind gleich. Dann heißt f konstant. Wir können alle möglichen Werte von f in einer Tabelle darstellen:

f(0)	f(1)	Eigenschaft	Interpretation
0	0	konstant	gezinkt
0	1	balanciert	fair
1	0	balanciert	fair
1	1	konstant	gezinkt

Für den gesuchten Quantenalgorithmus benötigen wir zwei Qubits $|x\rangle$ und $|y\rangle$. Diese formen ein Quantenregister $|xy\rangle$. Um mit den Spinzuständen rechnen zu können, führen wir folgenden Zuordnung durch: $|\uparrow\rangle \mapsto |0\rangle$ und $|\downarrow\rangle \mapsto |1\rangle$. Nun brauchen wir ein Orakel. Das Orakel war nichts anderes als irgendein Vorgang, welcher den Wert auf einer Seite der Münze ausliest. Wir definieren das Orakel U_f als Quantengatter, welches wie folgt auf das Quantenregister $|x, y\rangle$ wirkt:

$$U_f|xy\rangle = |x(y \oplus f(x))\rangle$$

Das Symbol $\oplus$ steht für die bitweise Addition auf der Menge $\{0;1\}$. Diese entspricht fast der normalen Addition. Es gilt: 0 + 0 = 0, 1 + 0 = 1, 0 + 1 = 1, wie gewohnt, aber man definiert
1 + 1 = 0. Dies hat den Grund, dass man mit der Addition auf der Menge $\{0;1\}$ diese nicht verlassen darf. Wir fassen zusammen: Das Orakel U_f ließt also abhängig vom Zustand des Qubits $|x\rangle$ ($|0\rangle$ oder $|1\rangle$) den Wert von f, welcher für $0 \hat{=} Kopf$ und $1 \hat{=} Zahl$ steht, aus und speichert ihn in das Qubit $|y\rangle$ indem es zum Zustand von $|y\rangle$ den Wert von f bitweise addiert. Zum Beispiel gilt für die Wirkung von U_f auf das Register im Zustand $|xy\rangle = |10\rangle$ folgende Berechnung: $U_f|10\rangle = |1(0 + f(1))\rangle = |1f(1)\rangle$

Wir führen nun den Algorithmus in 5 Schritten aus:

Schritt 1: Wir bringen das Quantenregister in den Zustand $|xy\rangle = |01\rangle$.

Schritt 2: Wir wenden zwei Hadamard Gatter auf die beiden Qubits an. Ein Hadamard Gatter ist dargestellt durch eine Matrix $H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, welche mit Hilfe der Matrixmultiplikation auf die Zustände, dargestellt durch Vektoren, $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ und $|1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ wirkt. Zur Erinnerung oder auch zur ersten Bekanntschaft hier die Definition der Matrixmultiplikation:

$$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}ax+by\\ cx+dy\end{pmatrix}$$

Wir berechnen also zum Beispiel für die Wirkung von H auf $|0\rangle$:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Zur Übung: Berechnen Sie die Wirkung von H auf $|1\rangle$. Ergebnis zur Kontrolle:

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

Wir erhalten, nachdem wir zum Schluss die Klammern ausmultiplizieren:

$$H|0\rangle H|1\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{2}(|00\rangle + |10\rangle - |01\rangle - |11\rangle)$$

Schritt 3: Wir wenden das Orakel U_f auf das Quantenregister an. Dies befindet sich nun aber in einer Superposition aus 4 Zuständen. Also wirkt U_f auf jeden einzelnen Zustand nach dem Prinzip des Quantenparallelismus:

$$\frac{1}{2}(U_f|00\rangle + U_f|10\rangle - U_f|01\rangle - U_f|11\rangle) =$$

$$\frac{1}{2}(|0(0\oplus f(0)\rangle + |1(0\oplus f(1))\rangle - |0(1\oplus f(0)\rangle - |1(1\oplus f(1))\rangle) =$$

$$\frac{1}{2}(|0\rangle(|f(0)\rangle - |1\oplus f(0)\rangle) + |1\rangle(|f(1)\rangle - |1\oplus f(1)\rangle) \qquad \text{da } 0 + f(x) = f(x) \text{ gilt.}$$

In der letzten Zeile, haben wir die Zustände nach dem Zustand des ersten Qubits sortiert und das Erste Qubit dann ausgeklammert. Nun machen wir folgende wichtige Beobachtung:

$$|f(x)\rangle - |1\oplus f(x)\rangle = (-1)^{f(x)}(|0\rangle - |1\rangle)$$

Dies erkennt man leicht, indem man die beiden Fälle, f(x) = 0 und f(x) = 1 in die Formel einsetzt. Für f(x) = 1 erhalten wir:

$|1\rangle - |1 \oplus 1\rangle = |1\rangle - |0\rangle = -(|0\rangle - |1\rangle) = (-1)^1(|0\rangle - |1\rangle)$

Bitte testen sie den Fall f(x) = 0! Nun können wir das Quantenregister schreiben als:

$$\frac{1}{2}(|0\rangle(-1)^{f(0)}(|0\rangle - |1\rangle) + |1\rangle(-1)^{f(1)}(|0\rangle - |1\rangle) =$$

$$\frac{1}{2}((-1)^{f(0)}|0\rangle + (-1)^{f(1)}|1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)$$

Wobei wir in der letzten Zeile, den gemeinsamen Term $|0\rangle - |1\rangle$ ausgeklammert haben.

Schritt 4:

Wir wenden erneut jeweils ein Hadamard Gatter auf beide Qubits an. Aber dieses mal mit einem kleinen aber sehr feinen Trick. Die Matrix H ist zugleich auch ihr Inverses. Es gilt $H = H^{-1}$ und $H^{-1}H = 1$. Wir können also Schreiben:

$$H^{-1}H|0\rangle = H^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)\right) \Rightarrow \ |0\rangle = H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$H^{-1}H|1\rangle = H^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)\right) \Rightarrow \ |1\rangle = H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

Ist f konstant so gilt $f(0) = f(1)$ und wir erhalten für das Quantenregister

$\pm\frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)$ und nach Anwendung der Hadamard Gatter $|xy\rangle = \pm|01\rangle$

Ist f balanciert so gilt $f(0) \neq f(1)$ und wir erhalten für das Quantenregister

$\pm\frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)$ und nach Anwendung der Hadamard Gatter $|xy\rangle = \pm|11\rangle$

Schritt 5:

Nun haben wir das Ziel erreicht! Messen wir nun den Spinzustand des ersten Qubits und erhalten up, so war f konstant und die Münze gezinkt, erhalten wir jedoch down, so war f balanciert und die Münze fair!

Zusammenfassung und Grenzen:

Wir erhalten die Information, fair oder gezinkt, über die Münze mit nur einem Orakelaufruf! Wir haben die Funktion f als Modell für die Münze genutzt. Aber was hätten wir erreicht, wenn wir die Problemstellung folgende gewesen wäre: Finde heraus, welche Seite der Münze Kopf bzw. Zahl zeigt. Oder auf f bezogen: Berechne die Funktionswerte der Funktion f, also konkret f(0) und f(1). Auch dass ist mit einem Qantencomputer möglich. Allerdings nur mit zwei Orakelaufrufen und der Laufzeitvorteil gegenüber dem klassischen Computer ist verloren. Der Quantencomputer hat nur einen Vorteil, wenn man sich für die globalen Eigenschaften der Münze, also fair und gezinkt, oder von f, also Konstanz und Balance interessiert. Dieses einfache Beispiel zeigt bereits eindrucksvoll, dass das entscheidende Thema neben der Forschung an der physikalischen Realisation der Qubits, das Auffinden geeigneter Problemstellungen für den Quantencomputer ist!

Verschränkung

Wir betrachten zwei Elektronen, welche uns als Qubits dienen. Ohne jede Manipulation ist dieses System in einem von vier Zuständen,

$\vert \uparrow\uparrow \rangle$	up-up
$\vert \uparrow\downarrow \rangle$	up-down
$\vert \downarrow\uparrow \rangle$	down-up
$\vert \downarrow\downarrow \rangle$	down-down

oder in einer Überlagerung dieser Zustände. Wir wollen die beiden Qubits nun in einen ganz besonderen Zustand bringen. Wir starten im Zustand $|\uparrow\uparrow\rangle$. Mit dem Hadamard Gatter, einer Operation, welche auf einem Quantencomputer leicht durchgeführt werden kann, bringen wir das erste Qubit in den überlagerten Zustand $1/\sqrt{2}\,|\uparrow\rangle + 1/\sqrt{2}\,|\downarrow\rangle$ sodass beide Qubits im Zustand $\left(1/\sqrt{2}\,|\uparrow\rangle + 1/\sqrt{2}\,|\downarrow\rangle\right)|\uparrow\rangle$ sind. Nun führen wir ein CNOT Gatter aus. Dieses flippt den Spin des zweiten Qubits von up zu down und umgekehrt, sollte das erste Qubit im $|\downarrow\rangle$ Zustand sein. Sonst passiert nichts. Wir erreichen einen sehr bemerkenswerten Zustand. Einen Bellzustand, benannt nach dem Nordirischen Physiker John Bell:

$$|\Phi^{+}\rangle = 1/\sqrt{2}\,|\uparrow\uparrow\rangle + 1/\sqrt{2}\,|\downarrow\downarrow\rangle$$

Aber was ist so besonders an diesen beiden Elektronen? Vor einer Messung können wir nicht sagen, welches Qubit in welchem Zustand ist. Die Wahrscheinlichkeiten dafür, die Messergebnisse up und down, sowohl für das erste als auch für das zweite Qubit zu erhalten sind jeweils $1/2$. Führt man nun aber eine solche Messung, zum Beispiel am ersten Qubit durch und erhält up, so kollabiert der Zustand $|\Phi^{+}\rangle$ in den Zustand $|\uparrow\uparrow\rangle$ und wir wissen sofort, dass sich auch das zweite Qubit im Zustand up befindet! Ich fasse noch einmal zusammen, um den ganzen Wahnsinn deutlich zu machen. Wir haben ein System im Zustand $|\Phi^{+}\rangle$. Dies ist die maximale Information, die man über das System haben kann. Oder in anderen Worten: Wir wissen alles über den Zustand der beiden Qubits aber nichts über ein einzelnes Qubit. Beschaffen wir uns diese Information, indem wir den Spin eines Qubits messen, so erhalten wir augenblicklich auch den Zustand des zweiten Qubits. Dies ist unabhängig davon wo sich die Qubits befinden. Ein Elektron könnte auf der Erde sein und das andere in unserer Nachbargalaxie Andromeda. Einstein hatte hier starke Bedenken und bezeichnete dies als spukhafte Fernwirkung. Heute wissen wir: Verschränkung ist Realität und steht nicht im Widerspruch zu Einsteins spezieller Relativitätstheorie!

Quantenüberlegenheit

Nun, da wir die Effekte kennen, welche einen Quantencomputer von einem klassischen unterscheiden, ist es an der Zeit uns die finale Frage zu beantworten: Was soll das alles? Wann und unter welchen Umständen bringt der Quantenrechner einen Vorteil. Leider wird man, sollte man gerade auf der Welle des Quantenhypes reiten, von den Antworten auf diese Fragen deutlich abgebremst. Mir ging das jedenfalls so. Wir wissen von einer entscheidenden Tatsache. Prinzipiell ist es möglich, einen Quantencomputer auf einem klassischen Computer zu simulieren. Das bedeutet, es gibt keine Aufgabenstellung, welche ein Quantencomputer lösen kann, während sie einem klassischen Rechner vollkommen unzugänglich bleibt. Im Jahr 2004 gelang es Scott Anderson und Daniel Gottesmann zu beweisen [7] , dass eine solche Simulation sogar effizient ist, also die Laufzeit der Berechnung mit steigender Eingangskomplexität nicht exponentiell steigt, sollten bestimme Kriterien erfüllbar sein. Aber Effizienz ist der springende Punkt! Wir wissen von wichtigen Anwendungen, für die kein klassisches, effizientes Berechnungsverfahren bekannt ist, vielleicht sogar gar nicht existiert. Hier hat der Quantencomputer eine Chance. Bei manchen dieser Probleme ist es gelungen mit Hilfe der besprochenen Quanteneffekte Superposition und Verschränkung einen Quantenalgorithmus zu finden, welcher die Laufzeit deutlich verringert! Ein paar Beispiele:

Anwendung	Speedup
Grover Algorithmus: Abfrage unstrukturierter Datenbanken	Quadratisch
Shor Algorithmus: RSA Breaking (Finden von Perioden, Primfaktorzerlegung) Basiert auf der Quantenfouriertransformation	Exponentiell
HHL Algorithmus: Lösen von linearen Gleichungssystemen (Wichtiger Algorithmus für Quantum Machine Learning)	Exponentiell

Merke: Quantenüberlegenheit $\Longleftrightarrow$ Potentieller Speedup von Berechnungen

Fazit

Der Quantencomputer ist eine vielversprechende Technologie für einige wenige, sehr wichtige Anwendungen. Das heißt, die Probleme der Menschheit werden nicht gelöst sein, sollten wir es auch eines Tages schaffen, einen Quantenrechner mit deutlich mehr Qubits zu realisieren als heute.

Autor: Christoph Grübl

Quellen

[1] Zeit.de, abgerufen am 17.11.2021, https://www.zeit.de/digital/2021-11/quantencomputer-projekt-deutschland-bundesforschungsministerium-foerdermittel-iqm-anja-karliczek?utm_referrer=https%3A%2F%2Fwww.google.com

[2] IBM Quantum Experience, abgerufen am 17.11.2021, https://quantum-computing.ibm.com/login

[3] IBM, qiskit, aufgerufen am 17.11.2021, https://qiskit.org/textbook/preface.html

[4] Peter W. Shor, Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory, Phys. Rev. A 52, R2493(R) – Published 1 October 1995

[5] National Science Review, nwab011, 2021, Ming Gong, Xiao Yuan, Shiyu Wang, Yulin Wu, Youwei Zhao, Chen Zha, Shaowei Li, Zhen Zhang, Qi Zhao, Yunchao Liu, Futian Liang, Jin Lin, Yu Xu, Hui Deng, Hao Rong, He Lu, Simon C. Benjamin, Cheng-Zhi Peng, Xiongfeng Ma, Yu-Ao Chen, Xiaobo Zhu, Jian-Wei Pan, https://arxiv.org/abs/1907.04507 , Zugriff 17.11.2021

[6] Erwin Schrödinger, 1935, Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik

[7] Gottesmann, Knill, 2004, Phys. Rev. A 70, 052328, https://arxiv.org/abs/quant-ph/0406196

[8] David Deutsch: The Church-Turing principle and the universal quantum computer. (PDF) In: Proceedings of the Royal Society of London A. 400, 1985, S. 97. doi:10.1098/rspa.1985.0070.

Bildquellen

Bild 1: Credit: dpa, Aufgerufen am 19.11.2021, https://www.spiegel.de/netzwelt/netzpolitik/ibm-quantum-system-one-deutschlands-erster-quantencomputer-kostet-11-621-euro-monatsmiete-a-eb402a65-d78a-41f7-9411-047bc99db079

Bild 2: Autor Christoph Grübl