

## Expansion des Universums, negativer Druck des Vakuums und Energieerhaltung

Ich möchte versuchen, ein wenig zur Klärung obiger Begriffe beizutragen, da im Forum immer wieder Fragen hierzu auftreten.

Ausgangslage in der modernen Kosmologie:

Wir postulieren:

- 1.) Auf großen Skalen ist unsere Position im Universum durch nichts ausgezeichnet (sog. Kopernikanisches Prinzip)
- 2.) Das Universum sieht in alle Richtungen betrachtet gleich aus (wiederum auf ausreichend großen Skalen)
- 3.) Auf großen Skalen ist die vorherrschende Kraft im Universum die Gravitation, d.h. insbesondere, die Dynamik des Universums kann durch die Allgemeine Relativitätstheorie beschrieben werden. (Die Reichweite der beiden Kernkräfte ist zu kurz und die elektromagnetische Kraft hebt sich auf großen Skalen durch gleich viele positive wie negative Ladungen weg.)

Wir wissen:

Die Newtonsche Mechanik bietet lokal, d.h. innerhalb unseres Sonnensystems und auch in der Milchstraße, eine effektive Beschreibung der Beobachtungen. Auf hinreichend kleinen Skalen liefert sie also - als Grenzfall der Allgemeinen Relativitätstheorie – einen einfachen Zugang.

Deshalb modellieren wir das Universum als ideales Gas, bestehend aus punktförmigen Galaxien. Ein kugelförmiges Volumen mit dem Radius  $R$  hätte demnach folgende Eigenschaften:

Betrachtet man eine Kugel mit veränderlichem Radius  $R(t) = r \cdot a(t)$  so folgt ( $a(t)$  nennt man Skalenfaktor):

Gretchenfrage: Woraus soll unser selbstgebasteltes Universum bestehen , d.h. was setzen wir für die Energiedichte  $\rho(t)$  ein? Für verschiedene Bestandteile erhalten wir folgende Zustandsgleichungen aus der Thermodynamik:

Wenn alle Längen um  $a(t)$  gedehnt werden folgt mit  $V(t) = a(t)^3$ :

Materie:  $\rho_m(t) * V(t) = \text{const.}$

Strahlung:  $\rho_{\text{Str}}(t) * a(t) * V(t) = \text{const.}$  (auch die Wellenlänge der Strahlung wird um  $a(t)$  gedehnt)

Vakuum:  $\rho_{\text{Vak}}(t) = \text{const.}$

Das bedeutet, dass zu unterschiedlichen Zeiten im Universum unterschiedliche Bestandteile dominant beitragen. Sehr früh ist die Strahlung sehr dominant, später die Materie und zuletzt das Vakuum.

Zusätzlich trägt gemäß  $E = m c^2$  auch der Druck in unserem Kugelvolumen gravitativ bei.

Kurzes Gedankenexperiment:

Eine komprimierte Feder wiegt mehr als eine entspannte Feder, weil zum Komprimieren eine Energie notwendig ist, die der entspannten Feder fehlt...

Der Druck besitzt im 3-dimensionalen Raum allerdings 3 Freiheitsgrade mit der Zustandsgleichung

Der Druck für nichtrelativistische Geschwindigkeiten ( $p_m$ ) geht wiederum gegen null.

Wegen  $E = m c^2$  bzw.  $E/V = \rho / c^2$  folgen in Gleichung (1) die dominanten Terme:  $\rho(t) = (\rho_m + \rho_{\text{Lambda}} + 3 p_{\text{Str}} + 3 p_{\text{Lambda}}) / c^2$ :

Was müssen wir für  $\rho_{\text{Lambda}}$  und  $p_{\text{Lambda}}$  einsetzen, damit sich wieder Gleichung (3) ergibt?

Zur Kontrolle bitte einfach einsetzen und ausrechnen...

Formal bekommt mit Gleichung (4) der Druck des Vakuums sein negatives Vorzeichen!

Die Friedmanngleichung jetzt nochmals in neuem Glanz:

Das negative Vorzeichen steht für eine negative Beschleunigung, dh. Ein abbremsendes Universum und falls die Vakuumenergiedichte die Klammer dominiert und der Gesamtausdruck für die Beschleunigung positiv wird ergibt sich ein beschleunigt expandierendes Universum.

Warum ist die Gesamtenergie null? Weil wir in einem flachen Universum leben, dh. die beiden konkurrierenden Potentiale der Expansion und der Gravitation halten heben sich zu null weg.

Die Energieerhaltung ergibt sich bereits durch unsere Ausgangspostulate. Würde in unser Kugelvolumen, über dessen absoluten Radius wir keine Einschränkung getroffen haben - von außen eine Energie fließen oder nach außen hin abfließen, wäre das Universum nicht von allen Punkten aus betrachtet isotrop. Wer es gerne mathematisch hat, kann auch die Druckterme einsetzen und formal durchrechnen...